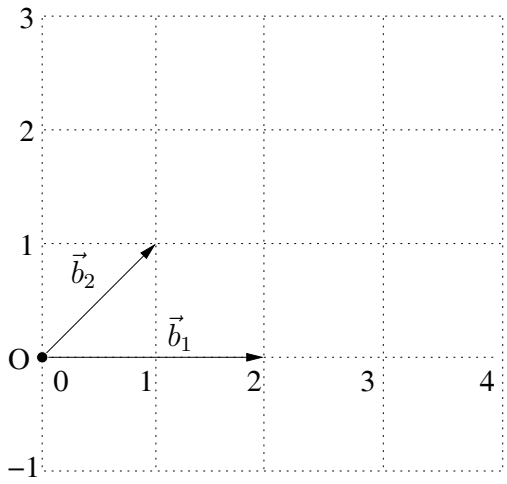
T. Pajdla. A3M33PRO'2011 Vzorové příklady 2010-10-10

1. Následující obrázek zachycuje souřadnou soustavu $\sigma = (O, \beta)$ a bázi $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$.



(a) i. Najděte souřadnou soustavu $\sigma' = (O', \beta')$, $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$, jejíž bázový vektor $\vec{b}'_1$ má v bázi β souřadnice

$$\vec{b}'_{1\beta} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

a její počátek O' je v souřadné soustavě σ zaměřen vektorem

$$\vec{O}'_\beta = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a exituje bod X zaměřený vektorem $\vec{X}$ v σ a vektorem $\vec{X}'$ v σ' se souřadnicemi

$$\vec{X}_\beta = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \vec{X}'_{\beta'} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a zakreslete ji do obrázku.

ii. Napište souřadnice vektoru $\vec{b}'_2$ v bázi β.

iii. Napište souřadnice vektor O v souřadné soustacvě σ'.

iv. Napište souřadnice vektorů báze β v bázi β'.

(b) i. Najděte souřadnou soustavu $\sigma' = (O', \beta')$, $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$, když víte, že bázové vektory báze β mají v bázi β' souřadnice

$$\vec{b}_{1\beta'} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \ \vec{b}_{2\beta'} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

a exituje bod X zaměřený vektorem $\vec{X}$ v σ a vektorem $\vec{X}'$ v σ' se souřadnicemi

$$\vec{X}_\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ -1/2 \end{pmatrix}, \ \vec{X}'_{\beta'} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Soustavu zakreslete do obrázku.

ii. Napište souřadnice vektorů báze β' v bázi β.

iii. Napište souřadnice bodu O v souřadné soustavě σ' a bodu O' v souřadné soustavě σ.

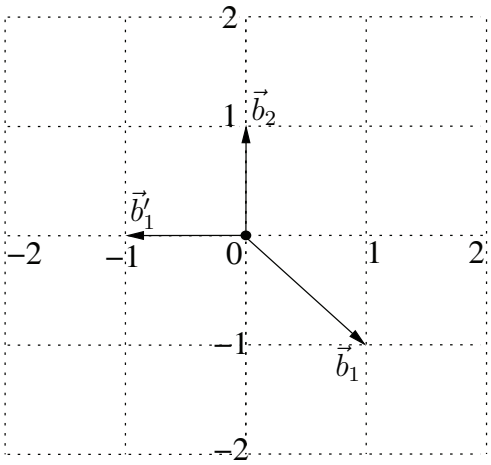
2. Najděte všechna řešení soustavy $A\,x = b$ pro

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3. Dokreslete do obrázku vektor báze $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$ tak, aby matice přepočtu souřadnic z báze β do báze $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$ byla ortogonální. Matici napište.



4. Mějte pohyb zadaný pomocí transformace souřadnic bodu X indukované pohybem souřadné soustavy $\vec{x}'_{\beta'} = R\,\vec{x}_\beta - \vec{o}'_{\beta'}$

$$R = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \vec{o}'_{\beta'} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(a) Sestavte rovnici pro výpočet osy pohybu.

(b) Vypočtěte osu pohybu.

(c) Najděte bod X, ve kteém osa pohybu protne rovinu xy.

(d) Najdděte bod Z kam se pohne bod Y zaměřený vektorem $\vec{y}_\beta = [0\ 0\ 1]^\top$.

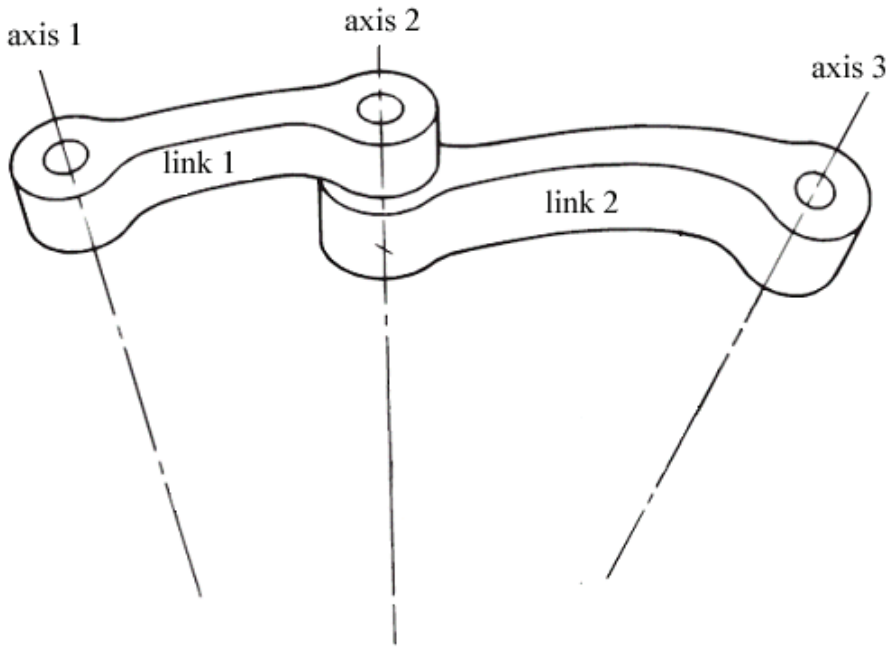
(e) Osu pohybu a body X, Y, Z zakreslete.

5. Najděte vlastní čísla a vlastní vektory matice a nakreslete je.

$$R = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} -6/10 & 0 & -8/10 \\ 0 & -1 & 0 \\ -8/10 & 0 & 6/10 \end{pmatrix}$$

6. Mějme manipulátor se třemi vzájemně mimoběžnými osami pohybu, jak ukazuje následující obrázek. Do obrázku

   (a) zakreslete souřadné soustavy těles podle Denavit-Hartenberg notace;

   (b) zakreslete všechny parametry i s jejich orientacemi, které jsou třeba k popisu manipulátoru v Denavit-Hartenberg notaci.