

Robotika

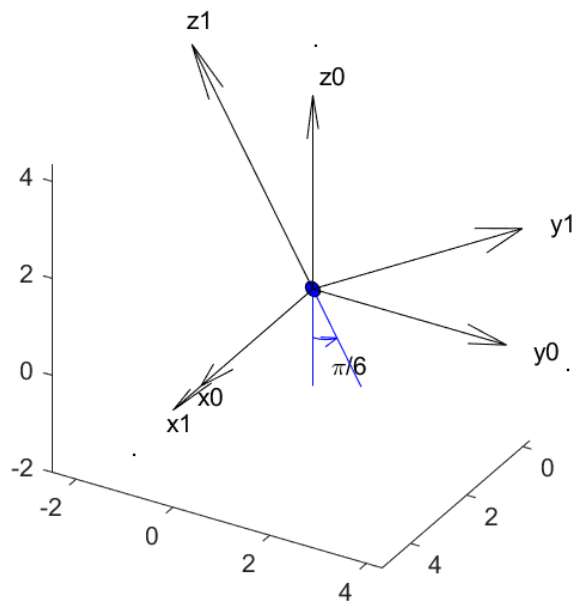
Příklady pro předmět robotika

Vladimír Smutný

Český institut informatiky, robotiky a kybernetiky (CIIRC)

České vysoké učení technické v Praze

22. ledna 2021



Obrázek 1: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

Série cvičení je generována automaticky. Proto jsou některé obrázky nepřehledné. Každé cvičení je v 5 mutacích, tak si můžete vybrat přehlednější varianty.

Jsem si vědom, že typografie dosti kulhá a místy je dosti nepřehledná. Nepříjemné je rozházení obrázků po textu.

Přeji mnoho štěstí.

Bude vděčen za hlášení případných chyb.

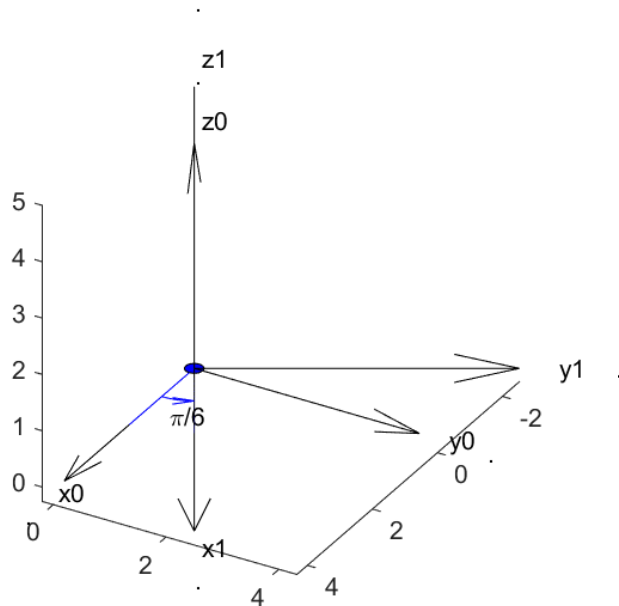
1 Cvičení

1.1 Jedna rotace

Následující cvičení jsou příkladem jedné rotace okolo bazového vektoru.

Cvičení 1

Na obrázku 1 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .



Obrázek 2: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

Cvičení 2

Na obrázku 2 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .

Cvičení 3

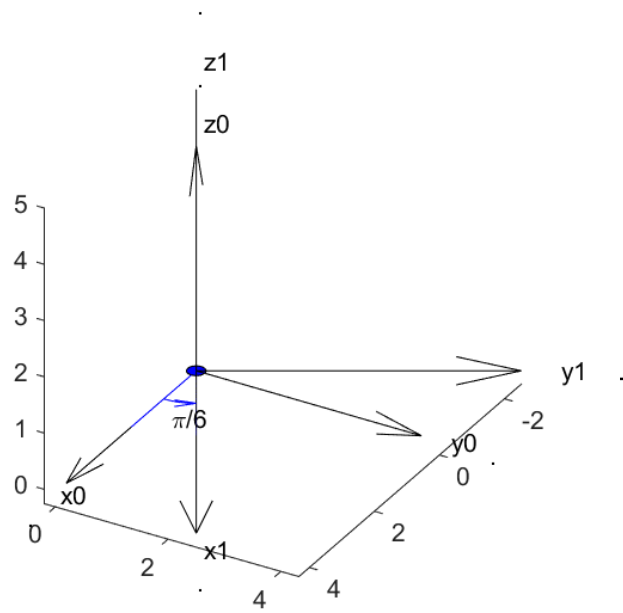
Na obrázku 3 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .

Cvičení 4

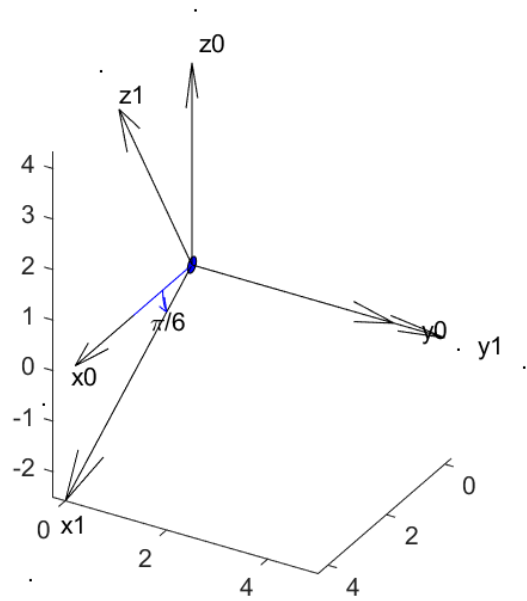
Na obrázku 4 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .

Cvičení 5

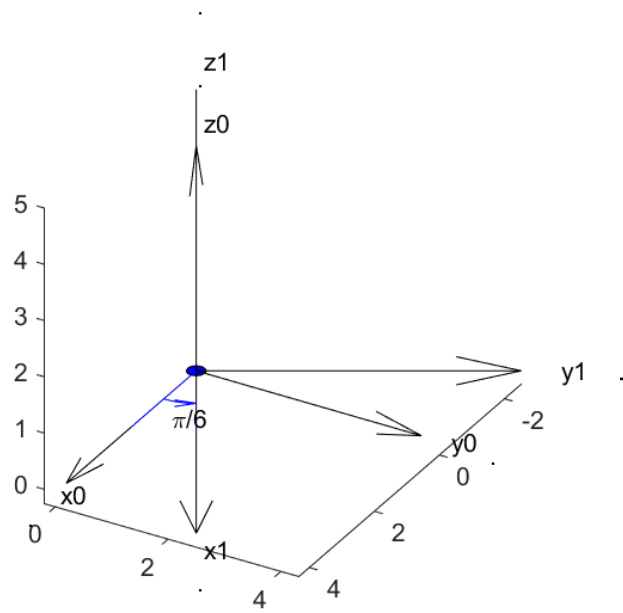
Na obrázku 5 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .



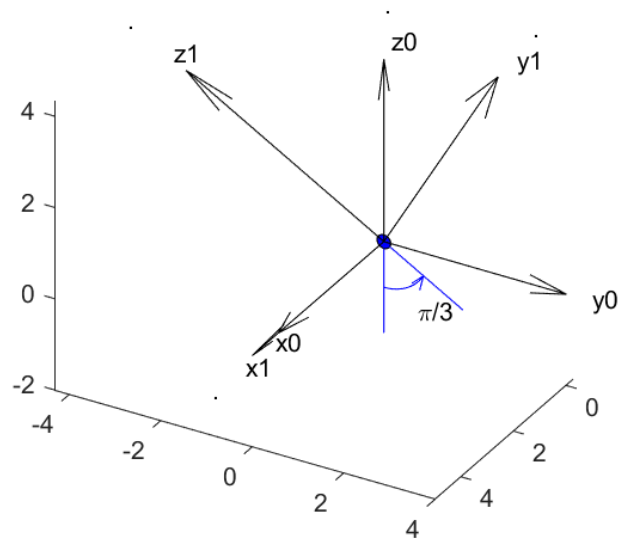
Obrázek 3: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



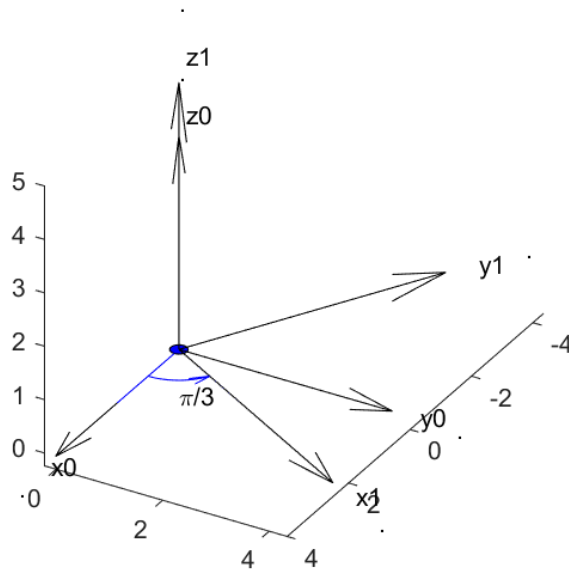
Obrázek 4: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 5: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 6: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 7: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

Cvičení 6

Máte zadánu rotační matici

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.50 & -0.87 \\ 0.00 & 0.87 & 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 7

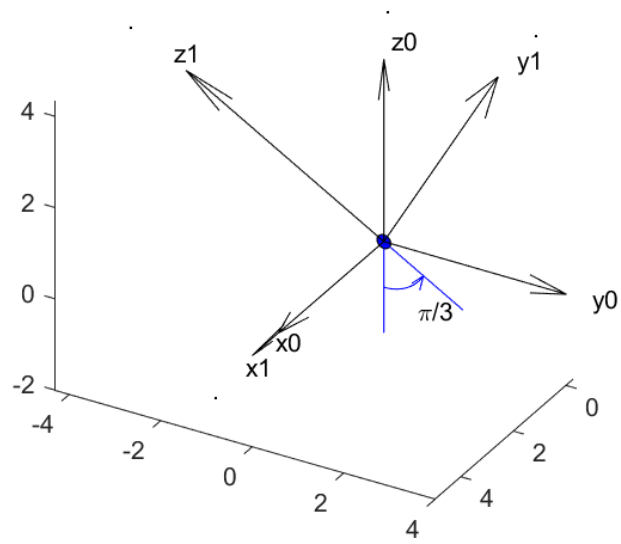
Máte zadánu rotační matici

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

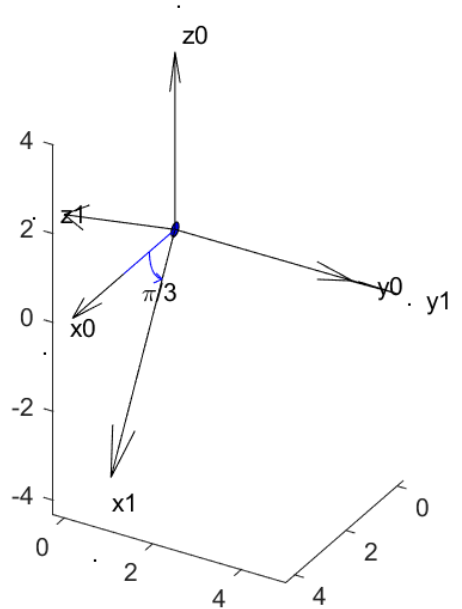
Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 8

Máte zadánu rotační matici



Obrázek 8: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 9: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.50 & -0.87 \\ 0.00 & 0.87 & 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 9

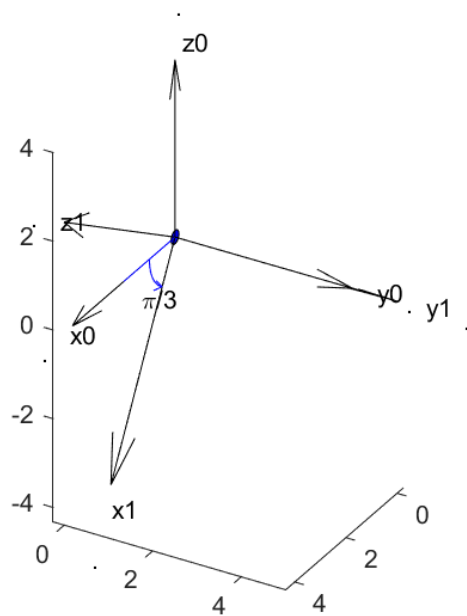
Máte zadánu rotační matici

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & 0.00 & 0.87 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -0.87 & 0.00 & 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

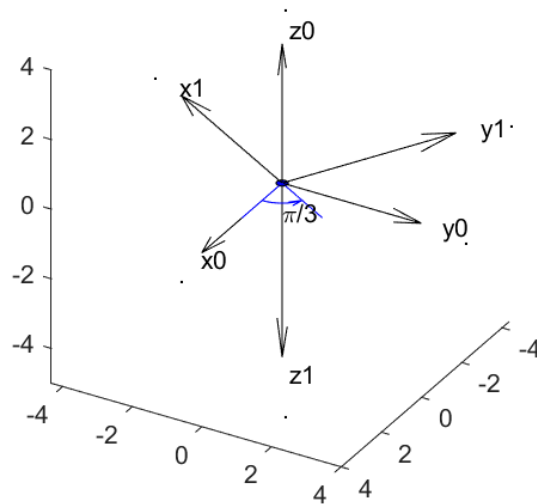
Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 10

Máte zadánu rotační matici



Obrázek 10: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 11: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & 0.00 & 0.87 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -0.87 & 0.00 & 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

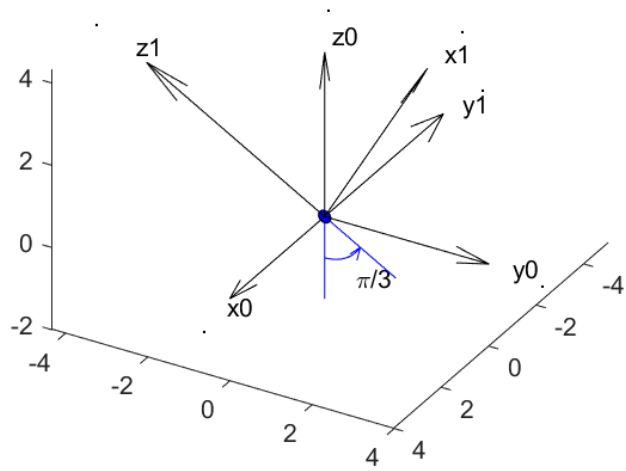
1.2 Jedna rotace a otočení o násobek 90 stupňů

Následující cvičení jsou příkladem kombinace jedné rotace okolo bazového vektoru a otočení o násobek 90°.

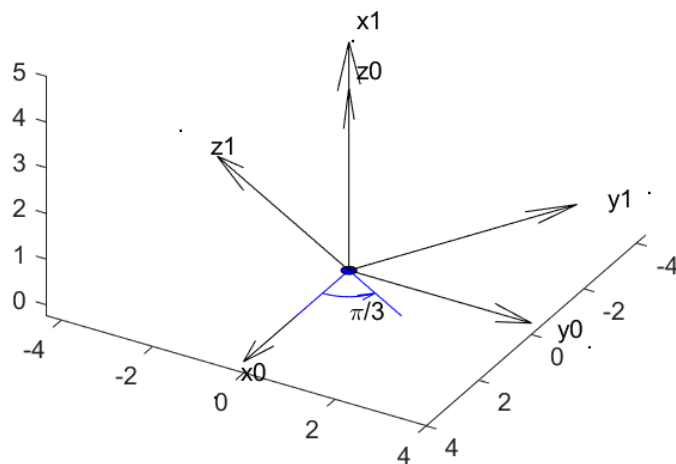
Cvičení 11

Na obrázku 11 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .

Cvičení 12



Obrázek 12: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 13: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

Na obrázku 12 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .

Cvičení 13

Na obrázku 13 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .

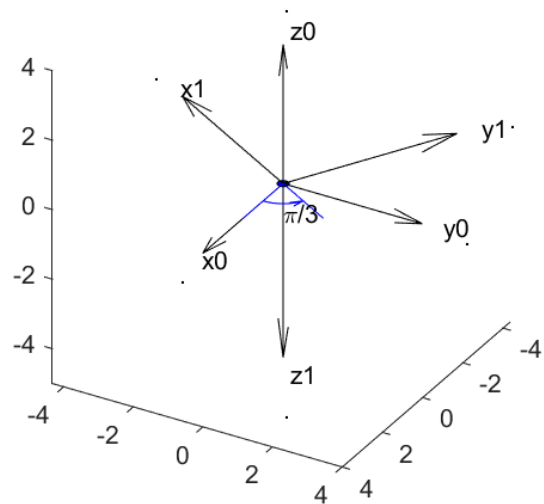
Cvičení 14

Na obrázku 14 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .

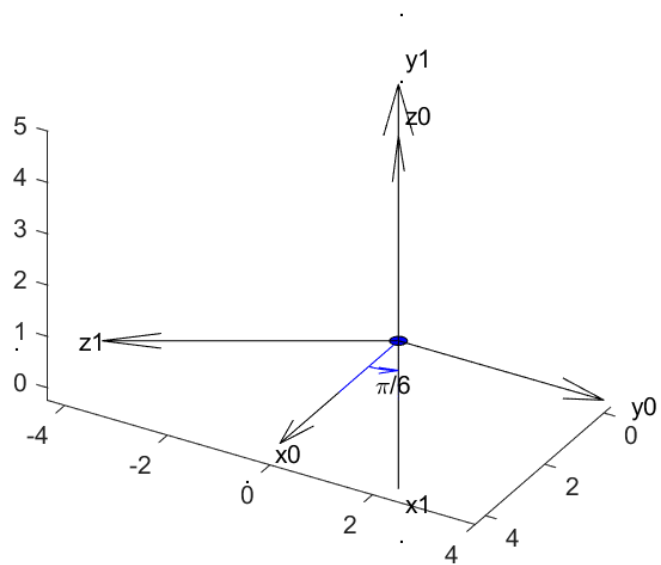
Cvičení 15

Na obrázku 15 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1 lišící se jen otočením. Spočítejte rotační matici \mathbf{R}_1^0 .

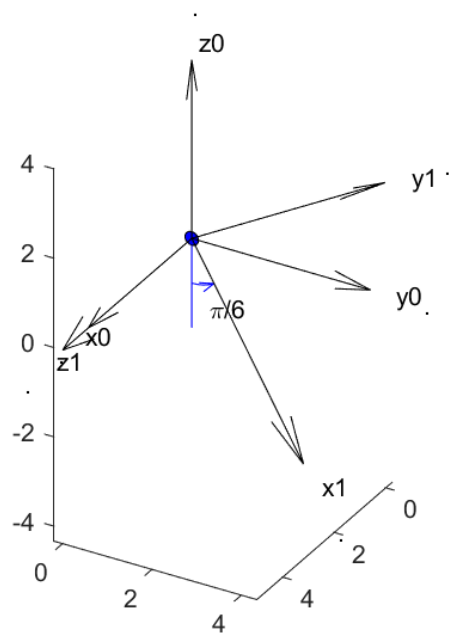
Cvičení 16



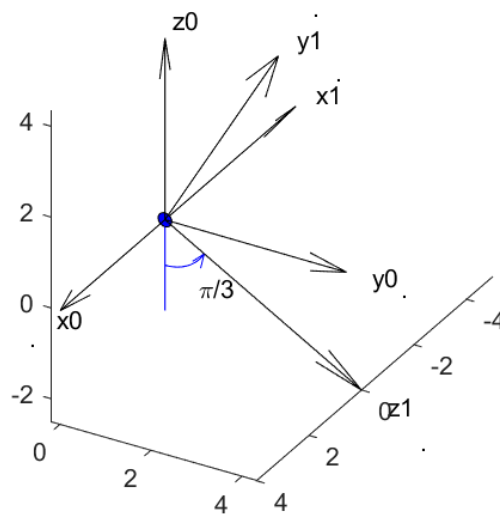
Obrázek 14: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 15: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 16: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 17: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

Máte zadánu rotační matici

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & 1.00 \\ 0.50 & 0.87 & -0.00 \\ -0.87 & 0.50 & 0.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 17

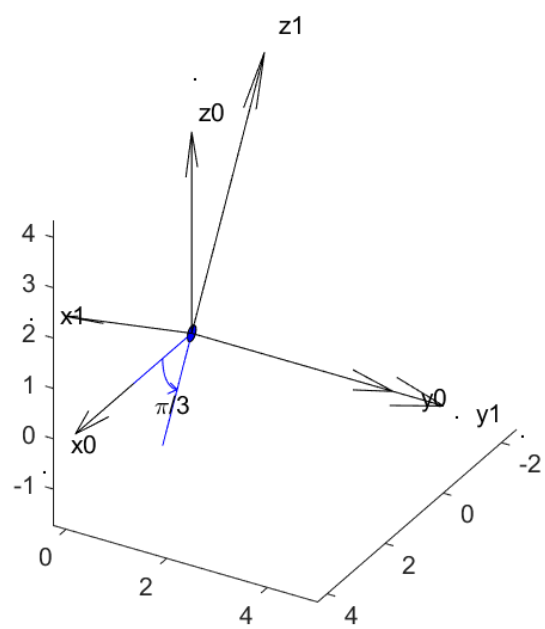
Máte zadánu rotační matici

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} -1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.50 & 0.87 \\ -0.00 & 0.87 & -0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}.$$

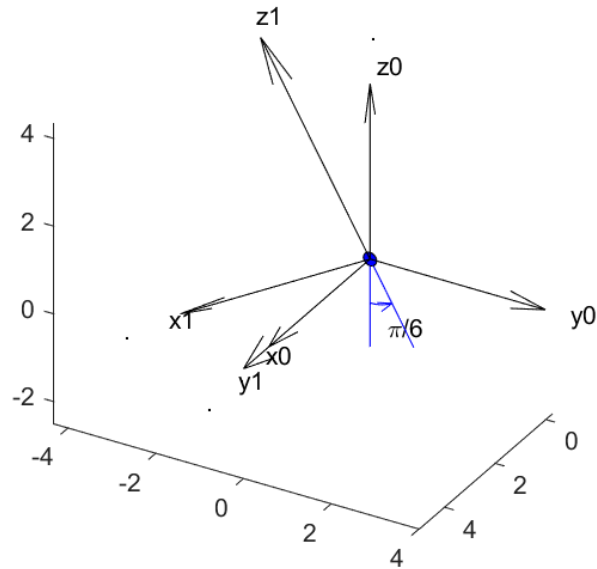
Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 18

Máte zadánu rotační matici



Obrázek 18: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 19: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.00 & -0.50 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ 0.50 & 0.00 & 0.87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}.$$

Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 19

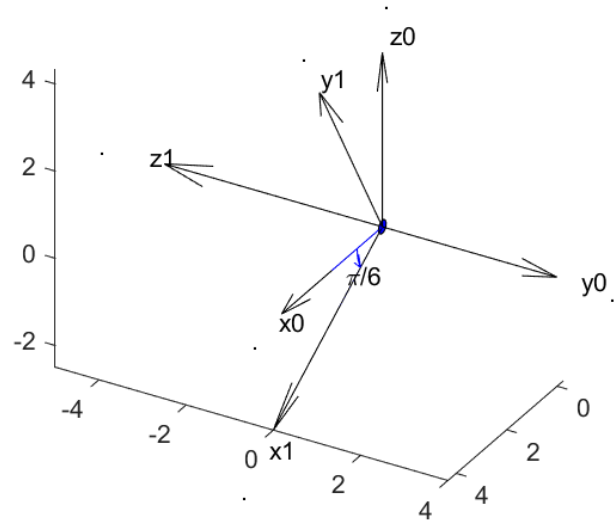
Máte zadánu rotační matici

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -0.87 & 0.00 & -0.50 \\ -0.50 & 0.00 & 0.87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 0 & -1/2 \\ -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}.$$

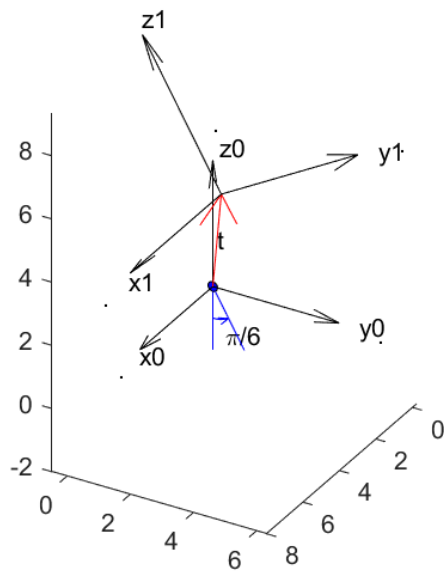
Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 20

Máte zadánu rotační matici



Obrázek 20: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 21: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.50 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & -1.00 \\ -0.50 & 0.87 & 0.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

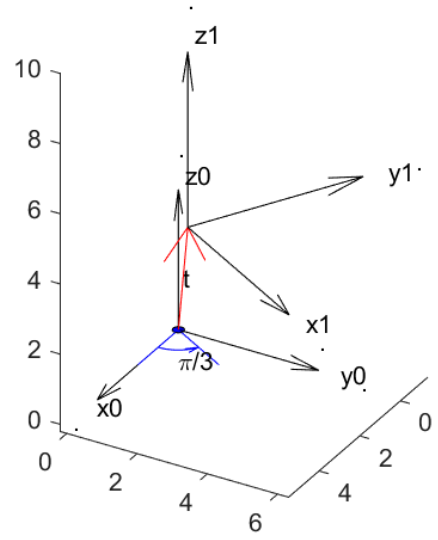
Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

1.3 Rotace s translací

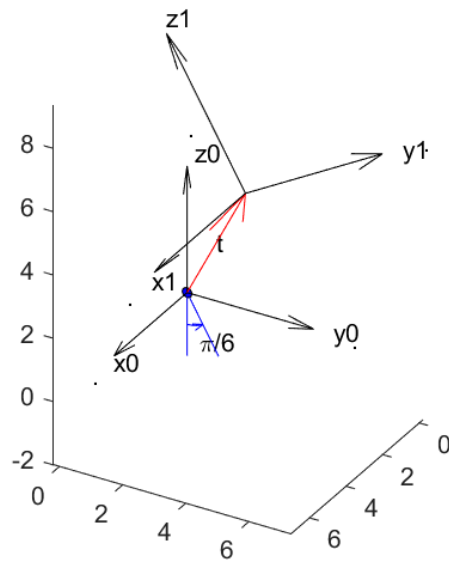
Tato cvičení kombinují rotaci s translací. Vyznačený úhel definuje rotaci. Vektory, které vypadají rovnoběžné, jsou rovnoběžné i ve skutečnosti.

Cvičení 21

Na obrázku 21 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1. Vektor t má v souřadnicovém systému 0 souřadnice $t^0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_1^0 .



Obrázek 22: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 23: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

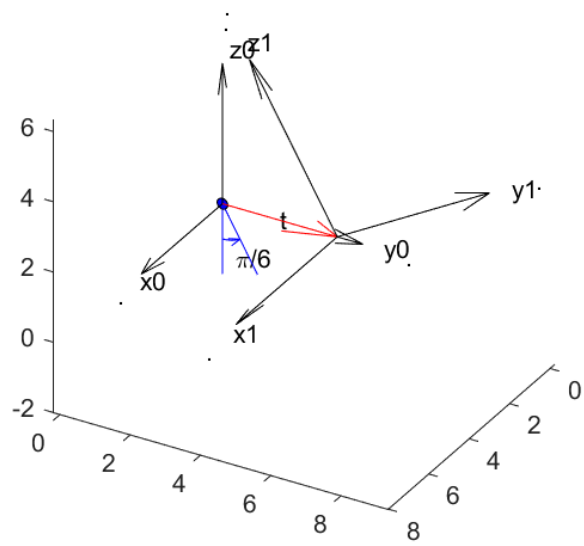
Cvičení 22

Na obrázku 22 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1. Vektor t má v souřadnicovém systému 0 souřadnice $t^0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_1^0 .

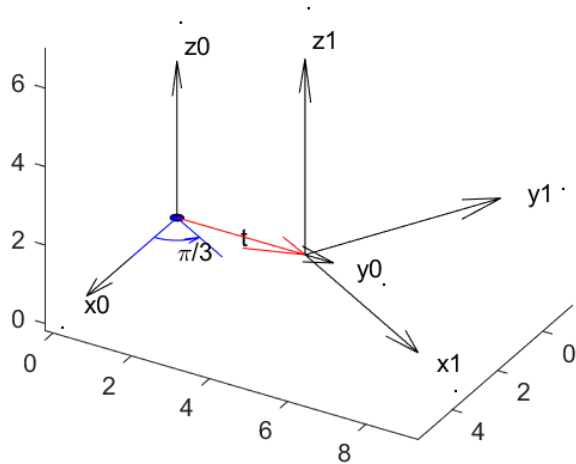
Cvičení 23

Na obrázku 23 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1. Vektor t má v souřadnicovém systému 0 souřadnice $t^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_1^0 .

Cvičení 24



Obrázek 24: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 25: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

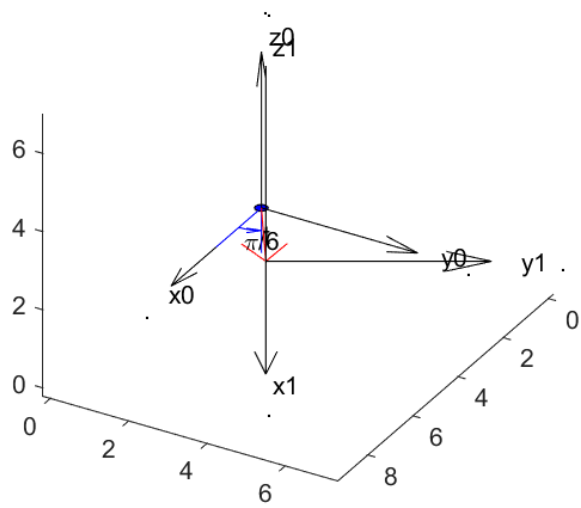
Na obrázku 24 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1. Vektor t má v souřadnicovém systému 0 souřadnice $t^0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_1^0 .

Cvičení 25

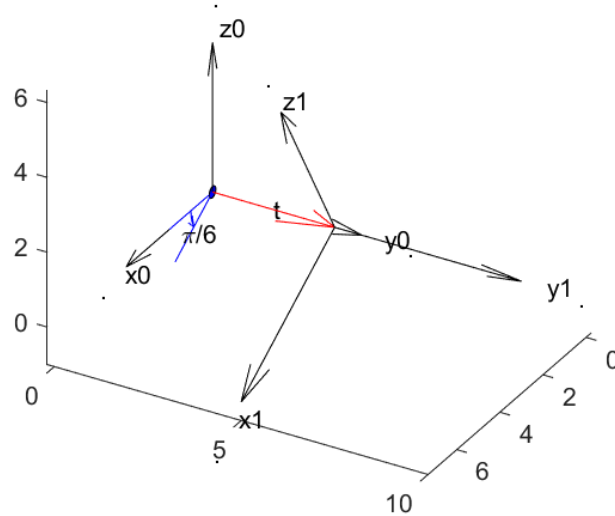
Na obrázku 25 jsou dva souřadnicové systémy 0 a 1. Vektor t má v souřadnicovém systému 0 souřadnice $t^0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_1^0 .

Cvičení 26

Máte zadánu transformační matici



Obrázek 26: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 27: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & -0.50 & 0.00 & 5.00 \\ 0.50 & 0.87 & 0.00 & 3.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 5 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 27

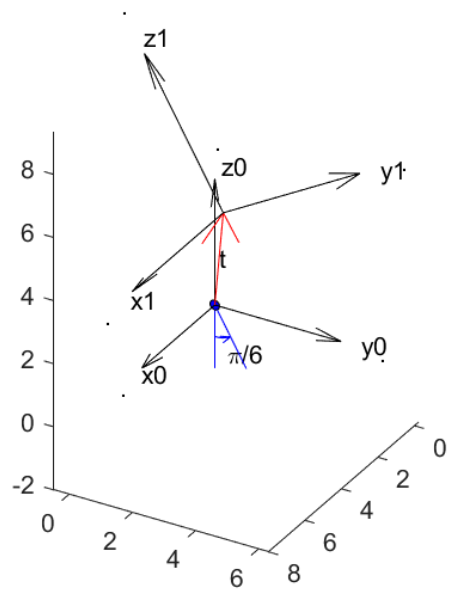
Máte zadánu transformační matici

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.00 & 0.50 & 3.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ -0.50 & 0.00 & 0.87 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

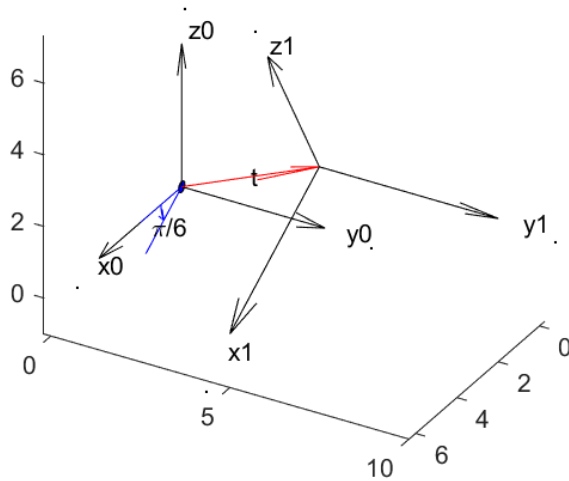
Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 28

Máte zadánu transformační matici



Obrázek 28: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 29: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 3.00 \\ 0.00 & 0.87 & -0.50 & 2.00 \\ 0.00 & 0.50 & 0.87 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 & 2 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 29

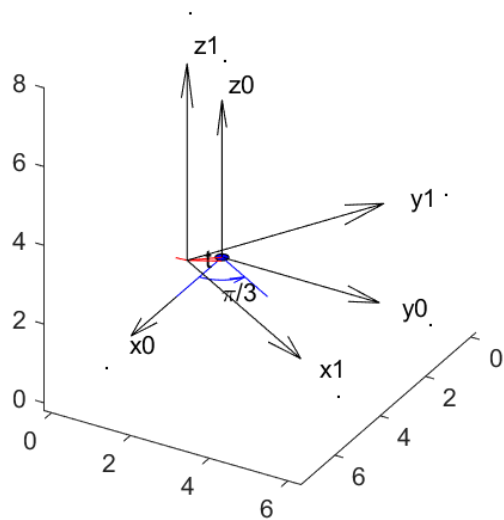
Máte zadánu transformační matici

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.00 & 0.50 & 2.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ -0.50 & 0.00 & 0.87 & 3.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

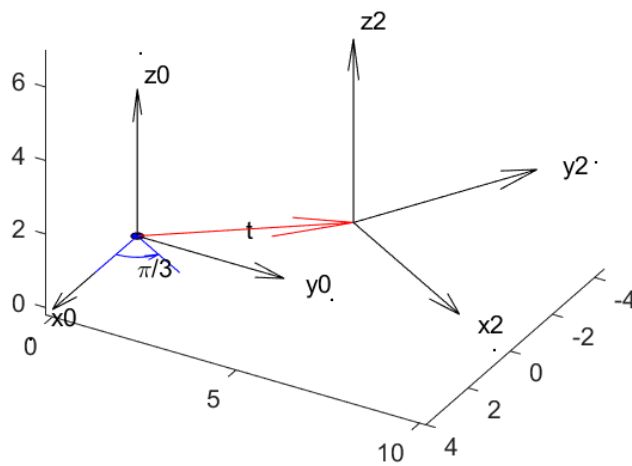
Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

Cvičení 30

Máte zadánu transformační matici



Obrázek 30: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 31: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 & 5.00 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 3.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 5 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Nakreslete souřadnicové systémy 0 a 1.

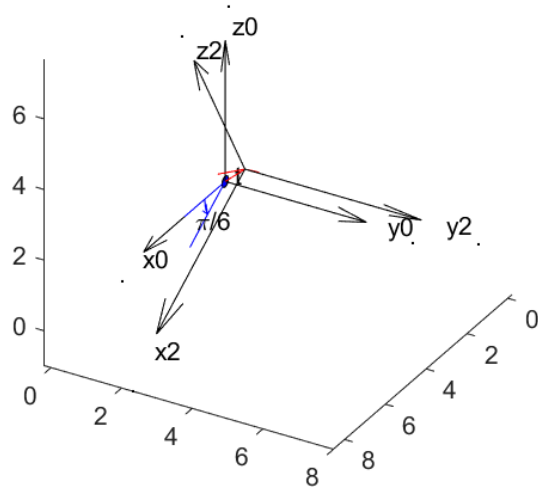
Cvičení 31

Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak, že otočíme systém 0 okolo osy z o úhel 60° . Vzniklý souřadnicový systém 1 pak posuneme o vektor $t^1 = \begin{pmatrix} 5.00 \\ 3.00 \\ 2.00 \end{pmatrix}$, čímž dostaneme souřadnicový systém 2.

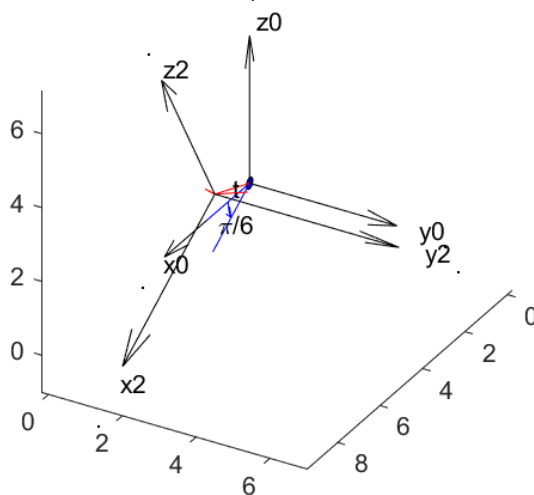
Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .

Cvičení 32

Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak, že



Obrázek 32: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 33: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

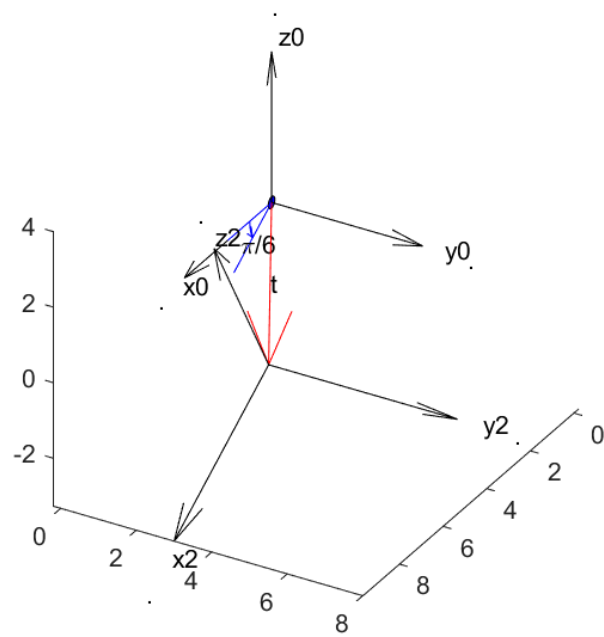
otočíme systém 0 okolo osy y o úhel 30° . Vzniklý souřadnicový systém 1 pak posuneme o vektor $t^1 = \begin{pmatrix} 2.00 \\ 3.00 \\ 5.00 \end{pmatrix}$, čímž dostaneme souřadnicový systém 2. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .

Cvičení 33

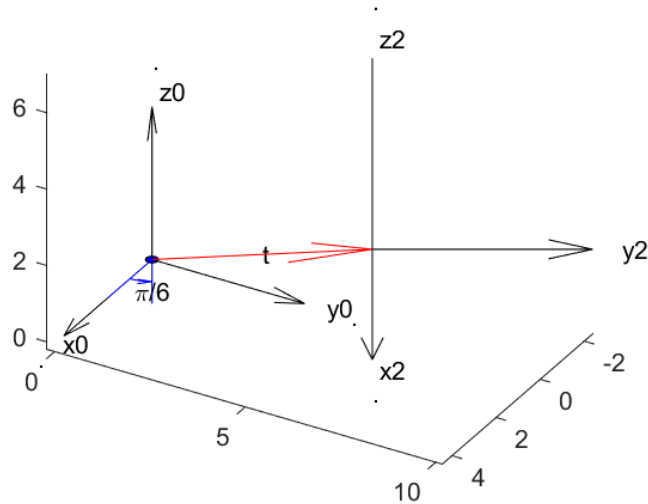
Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak, že otočíme systém 0 okolo osy y o úhel 30° . Vzniklý souřadnicový systém 1 pak posuneme o vektor $t^1 = \begin{pmatrix} 3.00 \\ 2.00 \\ 5.00 \end{pmatrix}$, čímž dostaneme souřadnicový systém 2. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .

Cvičení 34

Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak, že



Obrázek 34: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 35: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

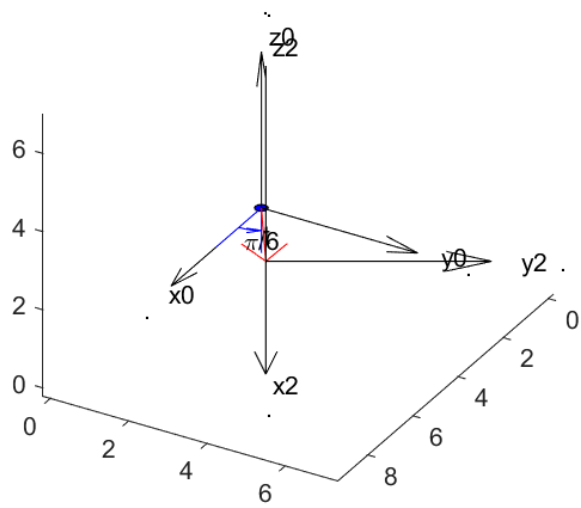
otočíme systém 0 okolo osy y o úhel 30° . Vzniklý souřadnicový systém 1 pak posuneme o vektor $t^1 = \begin{pmatrix} 5.00 \\ 3.00 \\ 2.00 \end{pmatrix}$, čímž dostaneme souřadnicový systém 2. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .

Cvičení 35

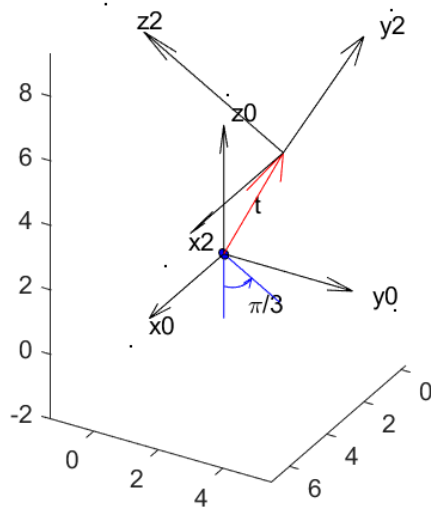
Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak, že otočíme systém 0 okolo osy z o úhel 30° . Vzniklý souřadnicový systém 1 pak posuneme o vektor $t^1 = \begin{pmatrix} 3.00 \\ 5.00 \\ 2.00 \end{pmatrix}$, čímž dostaneme souřadnicový systém 2. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .

Cvičení 36

Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak,



Obrázek 36: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 37: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

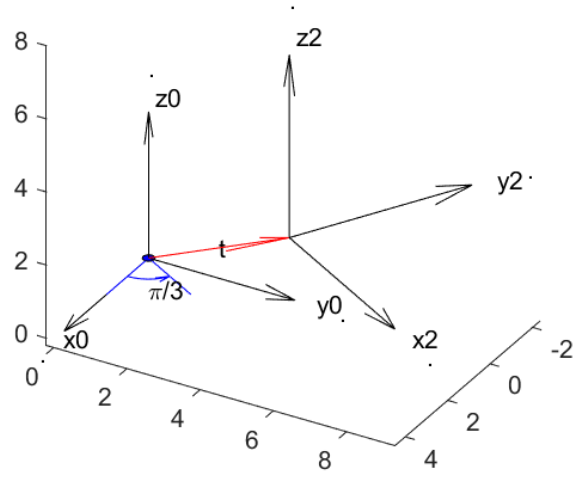
že systém 0 posuneme o vektor $t^0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Vzniklý souřadnicový systém 1 pak otočíme okolo osy z o úhel 30° a dostaneme souřadnicový systém 2. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .

Cvičení 37

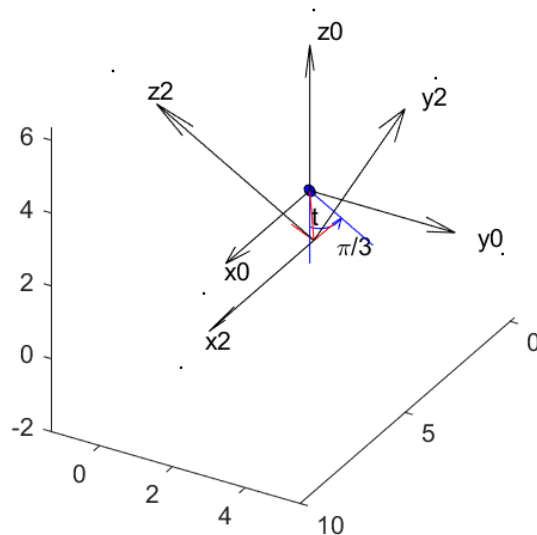
Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak, že systém 0 posuneme o vektor $t^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Vzniklý souřadnicový systém 1 pak otočíme okolo osy x o úhel 60° a dostaneme souřadnicový systém 2. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .

Cvičení 38

Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak,



Obrázek 38: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.



Obrázek 39: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

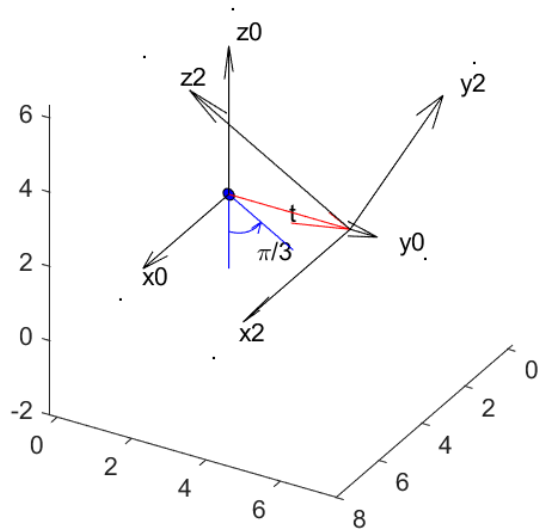
že systém 0 posuneme o vektor $t^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. Vzniklý souřadnicový systém 1 pak otočíme okolo osy z o úhel 60° a dostaneme souřadnicový systém 2. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .

Cvičení 39

Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak, že systém 0 posuneme o vektor $t^0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Vzniklý souřadnicový systém 1 pak otočíme okolo osy x o úhel 60° a dostaneme souřadnicový systém 2. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .

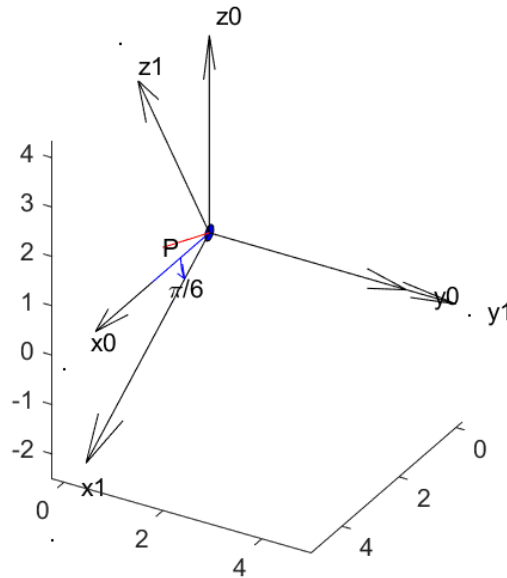
Cvičení 40

Máte dán souřadnicový systém 0. Souřadnicový systém 1 vznikne tak,



Obrázek 40: Dva souřadnicové systémy s indexy 0 a 1.

že systém 0 posuneme o vektor $t^0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$. Vzniklý souřadnicový systém 1 pak otočíme okolo osy x o úhel 60° a dostaneme souřadnicový systém 2. Spočítejte transformační matici \mathbf{T}_2^0 .



Obrázek 41: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.

1.4 Transformace bodů

Cvičení 41

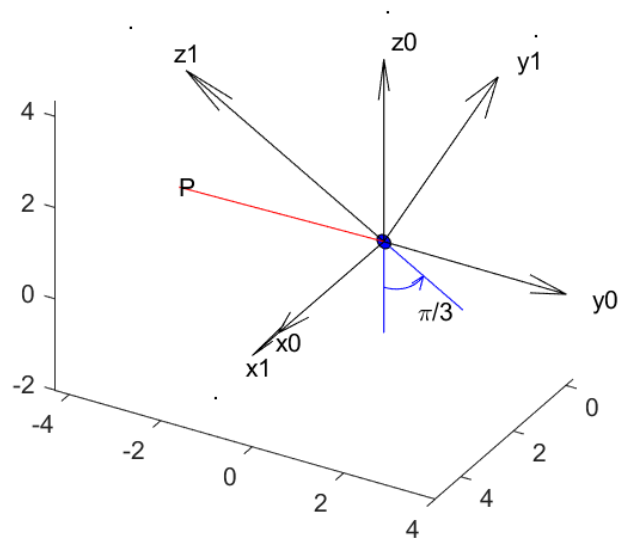
Máte zadánu rotační matici

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.00 & 0.50 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -0.50 & 0.00 & 0.87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}.$$

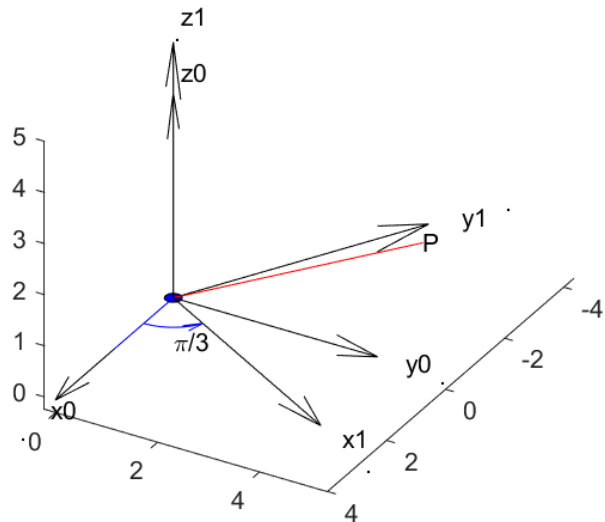
V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$. Spočítejte souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.

Cvičení 42

Máte zadánu rotační matici



Obrázek 42: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.



Obrázek 43: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.50 & -0.87 \\ 0.00 & 0.87 & 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

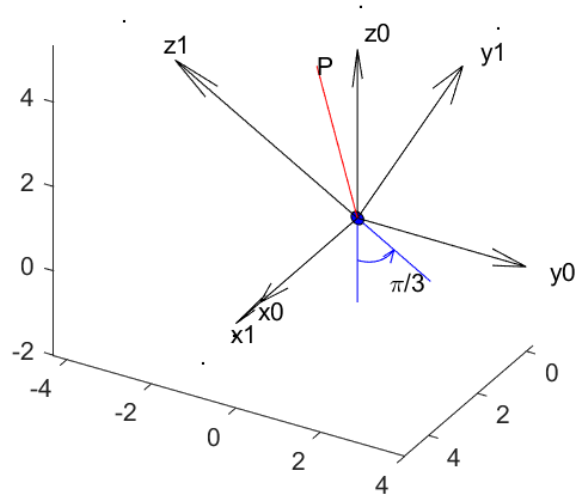
V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Spočítejte souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.

Cvičení 43

Máte zadánu rotační matici

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Spočítejte



Obrázek 44: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.

souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.

Cvičení 44

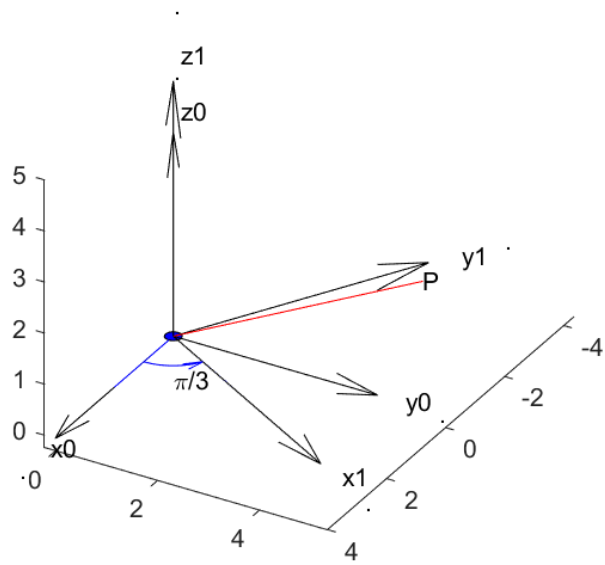
Máte zadánu rotační matici

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.50 & -0.87 \\ 0.00 & 0.87 & 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

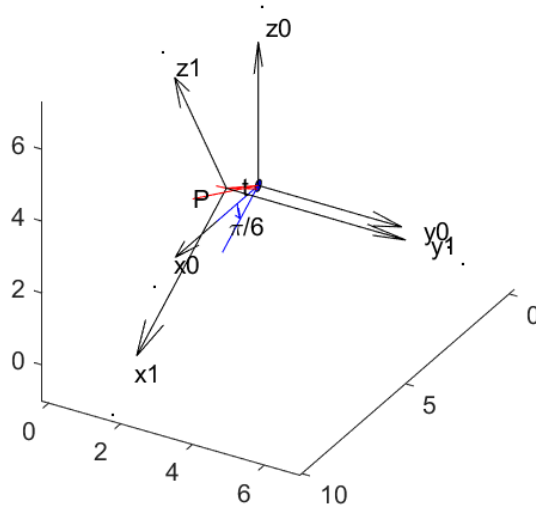
V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$. Spočítejte souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.

Cvičení 45

Máte zadánu rotační matici



Obrázek 45: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.



Obrázek 46: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.

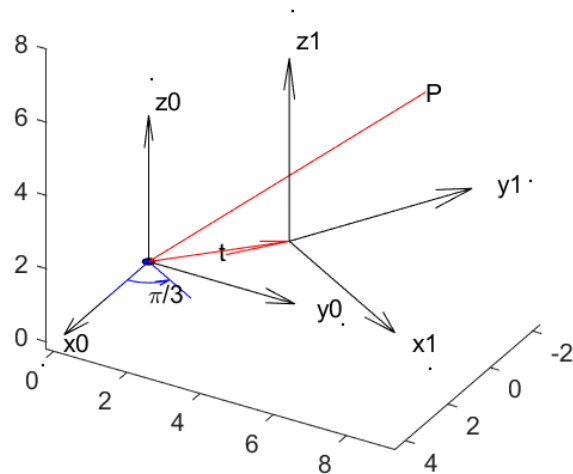
$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Spočítejte souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.

Cvičení 46

Máte zadánu transformační matici

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.00 & 0.50 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 2.00 \\ -0.50 & 0.00 & 0.87 & 3.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$



Obrázek 47: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.

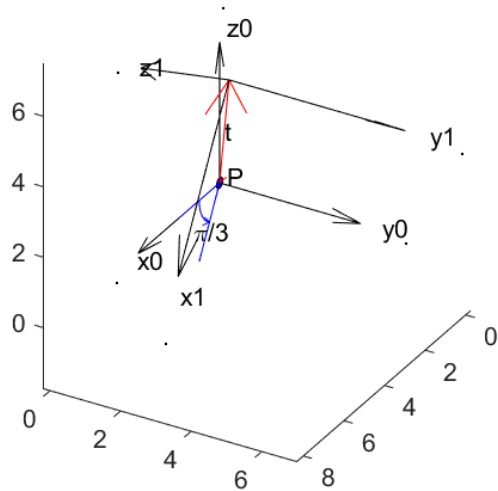
V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$. Spočítejte souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.

Cvičení 47

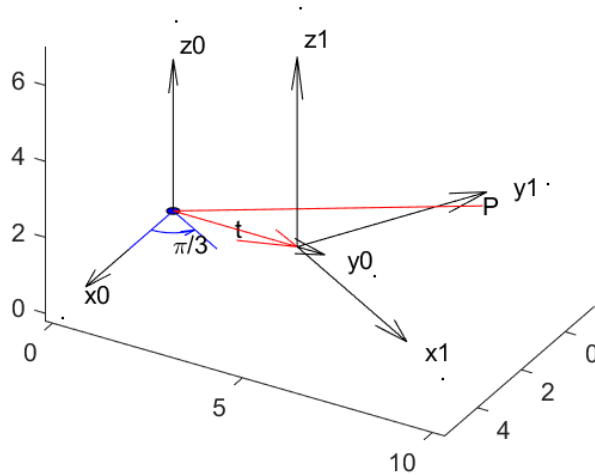
Máte zadánu transformační matici

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 & 2.00 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 3.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$. Spočítejte souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.



Obrázek 48: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.



Obrázek 49: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.

Cvičení 48

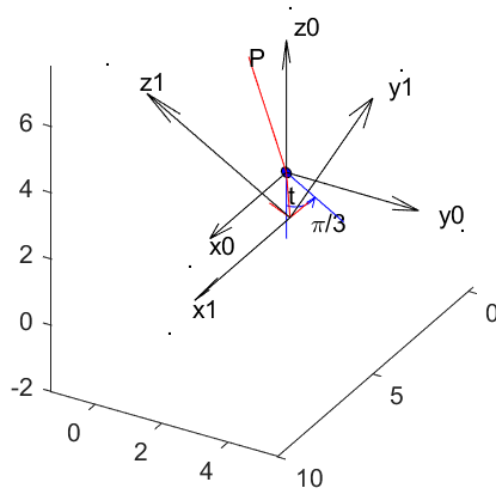
Máte zadánu transformační matici

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & 0.00 & 0.87 & 3.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 2.00 \\ -0.87 & 0.00 & 0.50 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -\sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Spočítejte souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.

Cvičení 49

Máte zadánu transformační matici



Obrázek 50: Bod P ve dvou souřadnicových systémech.

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 & 3.00 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 3 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Spočítejte souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.

Cvičení 50

Máte zadánu transformační matici

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 0.50 & -0.87 & 3.00 \\ 0.00 & 0.87 & 0.50 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 3 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

V souřadnicovém systému 1 máte zadán bod $P^1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. Spočítejte souřadnice bodu P v souřadnicovém systému 0.

2 Řešení

Řešení cvičení 1

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.87 & -0.50 \\ 0.00 & 0.50 & 0.87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 2

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & -0.50 & 0.00 \\ 0.50 & 0.87 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 3

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & -0.50 & 0.00 \\ 0.50 & 0.87 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 4

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.00 & 0.50 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ -0.50 & 0.00 & 0.87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 5

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & -0.50 & 0.00 \\ 0.50 & 0.87 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 6

Řešení je na obrázku 6

Řešení cvičení 7

Řešení je na obrázku 7

Řešení cvičení 8

Řešení je na obrázku 8

Řešení cvičení 9

Řešení je na obrázku 9

Řešení cvičení 10

Řešení je na obrázku 10

Řešení cvičení 11

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} -0.50 & -0.87 & 0.00 \\ -0.87 & 0.50 & 0.00 \\ -0.00 & 0.00 & -1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 12

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.00 & -1.00 & 0.00 \\ 0.50 & 0.00 & -0.87 \\ 0.87 & 0.00 & 0.50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 13

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.00 & -0.87 & -0.50 \\ 0.00 & 0.50 & -0.87 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 14

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} -0.50 & -0.87 & 0.00 \\ -0.87 & 0.50 & 0.00 \\ -0.00 & 0.00 & -1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 15

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & -0.00 & 0.50 \\ 0.50 & 0.00 & -0.87 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 16

Řešení je na obrázku 16

Řešení cvičení 17

Řešení je na obrázku 17

Řešení cvičení 18

Řešení je na obrázku 18

Řešení cvičení 19

Řešení je na obrázku 19

Řešení cvičení 20

Řešení je na obrázku 20

Řešení cvičení 21

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 3.00 \\ 0.00 & 0.87 & -0.50 & 2.00 \\ 0.00 & 0.50 & 0.87 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 & 2 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 22

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 & 3.00 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 3 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 23

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.87 & -0.50 & 3.00 \\ 0.00 & 0.50 & 0.87 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 & 3 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 24

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 3.00 \\ 0.00 & 0.87 & -0.50 & 5.00 \\ 0.00 & 0.50 & 0.87 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 & 5 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 25

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 & 3.00 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 3 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Řešení cvičení 26

Řešení je na obrázku 26

Řešení cvičení 27

Řešení je na obrázku 27

Řešení cvičení 28

Řešení je na obrázku 28

Řešení cvičení 29

Řešení je na obrázku 29

Řešení cvičení 30

Řešení je na obrázku 30

Řešení cvičení 31

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 & -0.10 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 & 5.83 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & -0.10 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 5.83 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 31

Řešení cvičení 32

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.00 & 0.50 & 4.23 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 3.00 \\ -0.50 & 0.00 & 0.87 & 3.33 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 & 4.23 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & 3.33 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 32

Řešení cvičení 33

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.00 & 0.50 & 5.10 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 2.00 \\ -0.50 & 0.00 & 0.87 & 2.83 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 & 5.10 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & 2.83 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 33

Řešení cvičení 34

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & 0.00 & 0.50 & 5.33 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 3.00 \\ -0.50 & 0.00 & 0.87 & -0.77 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & 1/2 & 5.33 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ -1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & -0.77 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 34

Řešení cvičení 35

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & -0.50 & 0.00 & 0.10 \\ 0.50 & 0.87 & 0.00 & 5.83 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 0.10 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 5.83 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 35

Řešení cvičení 36

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.87 & -0.50 & 0.00 & 5.00 \\ 0.50 & 0.87 & 0.00 & 3.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 & 5 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 36

Řešení cvičení 37

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 2.00 \\ 0.00 & 0.50 & -0.87 & 3.00 \\ 0.00 & 0.87 & 0.50 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 3 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 37

Řešení cvičení 38

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 0.50 & -0.87 & 0.00 & 2.00 \\ 0.87 & 0.50 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.00 & 3.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 38

Řešení cvičení 39

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 0.50 & -0.87 & 3.00 \\ 0.00 & 0.87 & 0.50 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 3 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 39

Řešení cvičení 40

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.00 & 3.00 \\ 0.00 & 0.50 & -0.87 & 5.00 \\ 0.00 & 0.87 & 0.50 & 2.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 5 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Situaci ilustruje obrázek 40

Řešení cvičení 41

$$P^0 = \begin{pmatrix} 5.10 \\ 2 \\ 2.83 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 41}$$

Řešení cvičení 42

$$P^0 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1.60 \\ 3.23 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 42}$$

Řešení cvičení 43

$$P^0 = \begin{pmatrix} 0.77 \\ 5.33 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 43}$$

Řešení cvičení 44

$$P^0 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0.77 \\ 5.33 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 44}$$

Řešení cvičení 45

$$P^0 = \begin{pmatrix} 0.77 \\ 5.33 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 45}$$

Řešení cvičení 46

$$P^0 = \begin{pmatrix} 10.10 \\ 4 \\ 5.83 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 46}$$

Řešení cvičení 47

$$P^0 = \begin{pmatrix} 1.77 \\ 8.60 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 47}$$

Řešení cvičení 48

$$P^0 = \begin{pmatrix} 8.33 \\ 5 \\ 5.77 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 48}$$

Řešení cvičení 49

$$P^0 = \begin{pmatrix} 3.77 \\ 10.33 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 49}$$

Řešení cvičení 50

$$P^0 = \begin{pmatrix} 7 \\ 2.90 \\ 7.83 \end{pmatrix} \text{ Situace je ukázána na obrázku 50}$$