PC: Identifikace struktury zobecněného dynamického systému

Důležitý problém v obecné teorii systémů.

1. Podsystém a nadsystém.
2. Definice dekompozice systému.
3. Problém rekonstrukce systému:
   a. lokální a globální konzistence dynamických systémů,
   b. jednoduchá a iterativní spojovací procedura.
4. Problém identifikace struktury:
   a. generátor rekonstrukčních hypotéz,
   b. kvalita rekonstrukční hypotézy,
   c. identifikační procedura.
5. Příklad identifikace na skutečném systému.

$$p(s_1, s_2, \ldots s_n)$$
$$= p(s_1, \ldots s_k) \cdot p(s_{k+1}, \ldots, s_n)$$

Podsystém dynamického systému

systém ^1F	systém ^2F

Maska systému ^1F:

v_1	1	2
v_2		3
v_3	4	5
v_4		6

Maska systému ^2F:

w_A	a	b
w_B		c

Systém ^1F:

s_1	s_2	$\cancel{s_3}$	$\cancel{s_4}$	$\cancel{s_5}$	s_6	$^1p(s)$
0	0	0	0	0	0	0.20
0	0	0	0	1	0	0.05
0	0	1	1	0	0	0.05
0	1	0	0	0	0	0.05
1	1	0	0	1	0	0.10
1	1	1	0	0	0	0.05
1	1	1	0	1	0	0.05
1	1	1	1	0	0	0.10
1	1	1	1	1	0	0.05
1	1	1	1	1	1	0.30

Systém ^2F:

s_a	s_b	s_c	$^2p(s)$
0	0	0	0.30
0	1	0	0.05
1	1	0	0.35
1	1	1	0.30

- Jde o nadsystém a podsystém $^2F \sqsubset {}^1F$?
- Musíme vědět, že
  1. $w_A = v_1, \quad w_B = v_4$ pojmenovat proměnné
  2. parametrizující množina je stejná
- Potom můžeme zkontrolovat:
  1. obory hodnot $R(w_A) = R(v_1)$, $R(w_B) = R(v_4)$
  2. vnoření masky $^2M \subset {}^1M$, $s_a = s_1, \quad s_b = s_2, \quad s_c = s_6$
  3. marginalitu ^2p vzhledem k ^1p

$^2p(s)$ marginální

Podsystém a nadsystém dynamického systému

Def: ${}^{i}F = ({}^{i}A, {}^{i}B;\, {}^{i}M, {}^{i}p_B)$ je podsystém systému $F = (A, B;\, M, p_B)$, když platí následující podmínky:

1. **kompatibilita s** F (ztotožnění atributů a parametrů)
   - má stejnou parametrickou množinu: ${}^{i}B = B$
   - obory hodnot základních proměnných V_j zachovány
2. **vnoření** ${}^{i}F \sqsubseteq F$
   a. množina vzorkovacích proměnných je vnořena: ${}^{i}\mathbf{S} \subseteq \mathbf{S}$
   b. (data pro proměnné v ${}^{i}\mathbf{S}$ jsou zachována)
   $\Rightarrow$ maska je vnořena ${}^{i}M \subseteq M$
   $\Rightarrow$ funkce přípustnosti ${}^{i}p_B$ je marginální k p_B

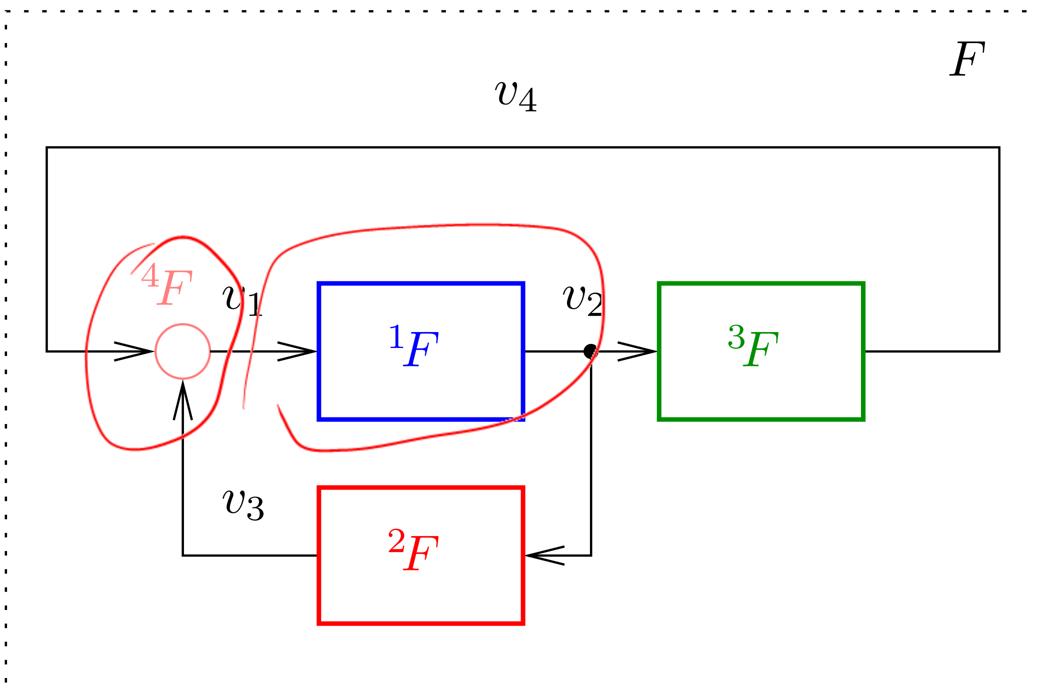
proměnné (vzorkovací) podsystému

$\Rightarrow$ **Hierarchie podsystémů**

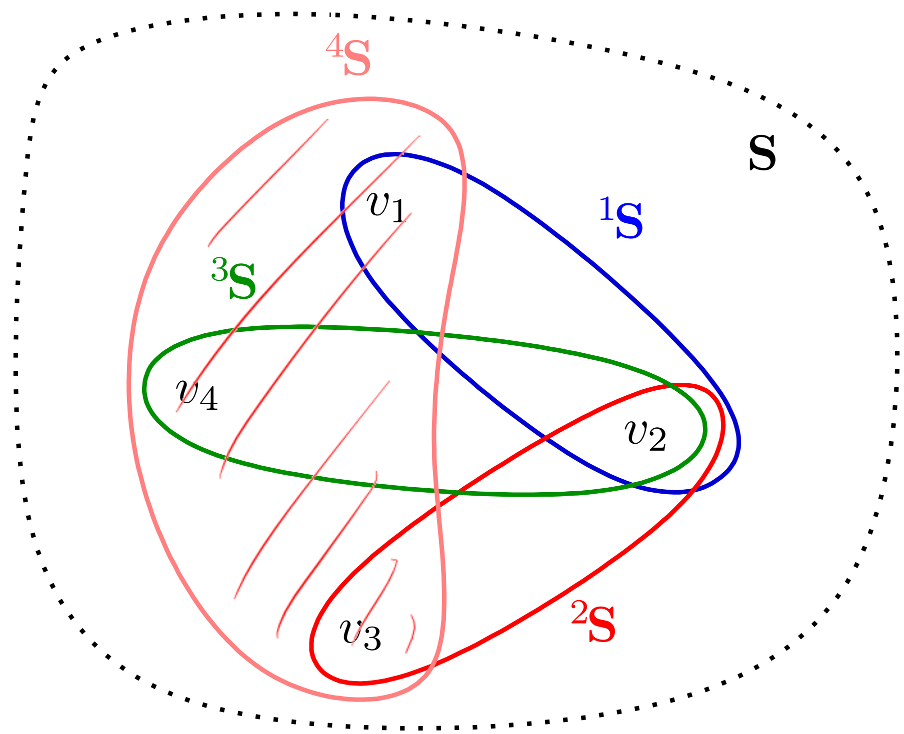
Konvence: $\mathbf{S}$ značí dále pouze množinu (vzorkovacích) proměnných dynamického systému F. Místo ${}^{i}F \sqsubseteq F$ budeme používat zkráceně ${}^{i}\mathbf{S} \sqsubseteq \mathbf{S}$.

Dekompozice systému

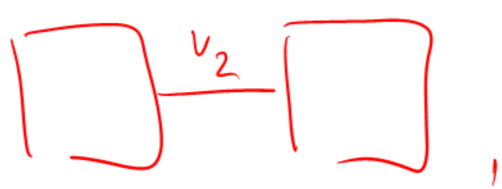
blokové vyjádření struktury



struktura jako rozklad množiny vzorkovacích proměnných



$S = \{ {}^1S, {}^2S, {}^3S, {}^4S \}$



vazební proměnná

${}^1S = \{ v_1, v_2 \}$

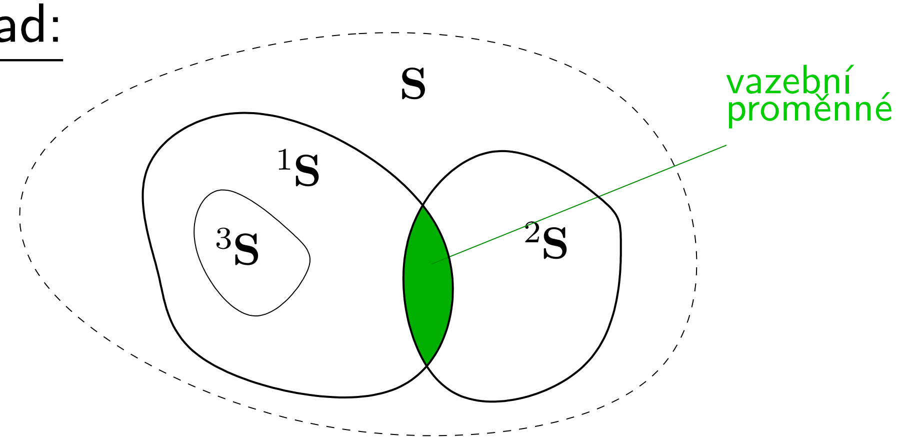
${}^2S = \{ v_2, v_3 \}$

Dekompozice systému

Celkový systém – obsahuje všechny proměnné.

Dekompozice: Množina podsystémů $G = \{{}^1\mathbf{S}, {}^2\mathbf{S}, \ldots, {}^q\mathbf{S}\}$ celkového systému $\mathbf{S}$, taková, že žádné dva ${}^j\mathbf{S}$ a ${}^k\mathbf{S}$ nejsou navzájem podsystémy: ${}^j\mathbf{S} \not\sqsubseteq {}^k\mathbf{S}$

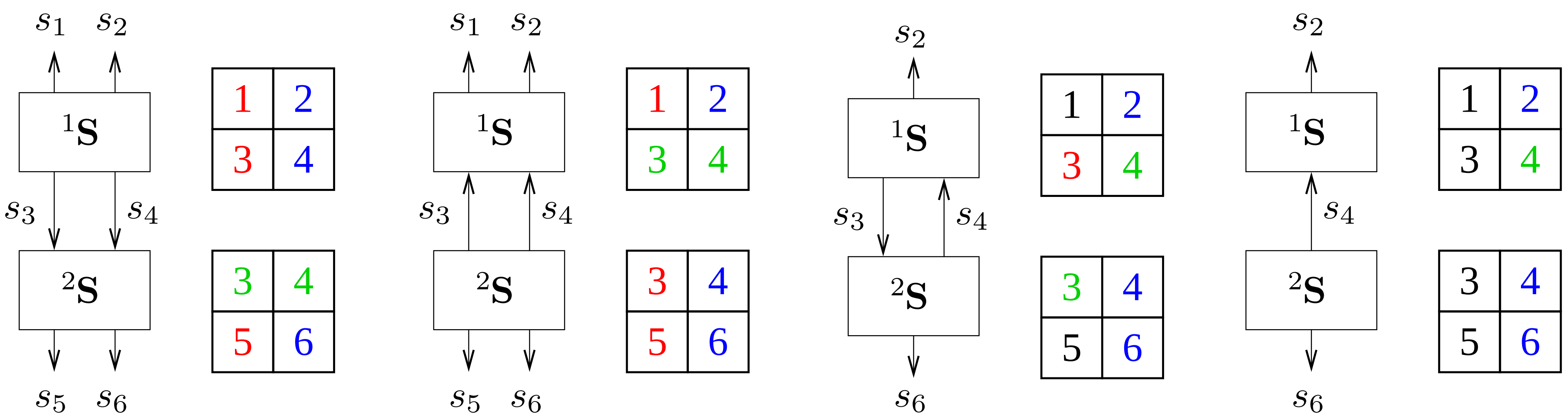
Protipříklad:



Podmínka iredundance: podsystém ${}^3\mathbf{S} \sqsubset {}^1\mathbf{S}$ nenese žádnou novou informaci o $\mathbf{S}$ a nepatří tedy do dekompozice systému $\mathbf{S}$.

- Vazební proměnné mezi podsystémy: $\mathbf{C}_{k,l} = {}^k\mathbf{S} \cap {}^l\mathbf{S}$
- Orientované vazby: rozklad proměnných na vstupní a výstupní.
- Proměnná může být deklarována jako výstupní jen v jednom podsystému (jednoznačnost řízení)

Rozklad proměnných na vazební vstupní, vazební výstupní generující, vazební výstupní generované a nevazební generující proměnné



- celkem 24 možností
- identifikace struktury systému není tímto rozkladem ovlivněna
- orientace vazby se pozná dle generativní neurčitosti příslušné proměnné vzhledem k 1. nebo 2. systému

kauzalita se takto ale nezjistí

Rekonstrukce a identifikace: úvod

Rekonstrukce systému

Konstrukce hypotézy o nejlepším celkovém systému $\mathbf{S}$ je-li dána jeho dekompozice $\{{}^1\mathbf{S}, {}^2\mathbf{S}, \dots, {}^q\mathbf{S}\}$.

Aplikace:

1. inference celkového systému z dílčích
2. procedura nutná pro identifikaci

Identifikace struktury

rekonstrukce S^*

Nejlepší dekompozice systému $\mathbf{S}$ na $\{{}^1\mathbf{S}, {}^2\mathbf{S}, \dots, {}^q\mathbf{S}\}$.

Aplikace:

1. zjednodušení systému (např. rozpoznávání: jednodušší modely se odhadují lépe z dat)
2. nalezení struktury ve složitém systému (např. analýza kritických vazeb a závislostí)

Velikost reprezentace celkového a dekomponovaného systému

k — počet stavů jedné proměnné

n — počet proměnných v systému

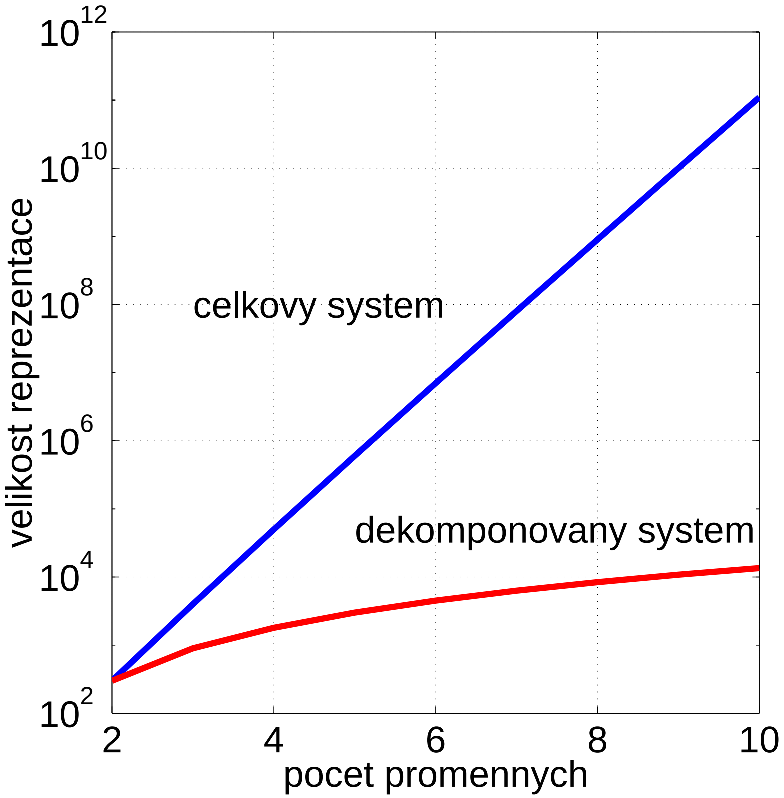
$(1+n)\,k^n$ velikost reprezentace celkového systému funkcí přípustnosti

$\frac{3}{2}\,k^2 n\,(n-1)$ velikost reprezentace dekompozice, kde každý podsystém má jen dvě proměnné

(Gibbs)

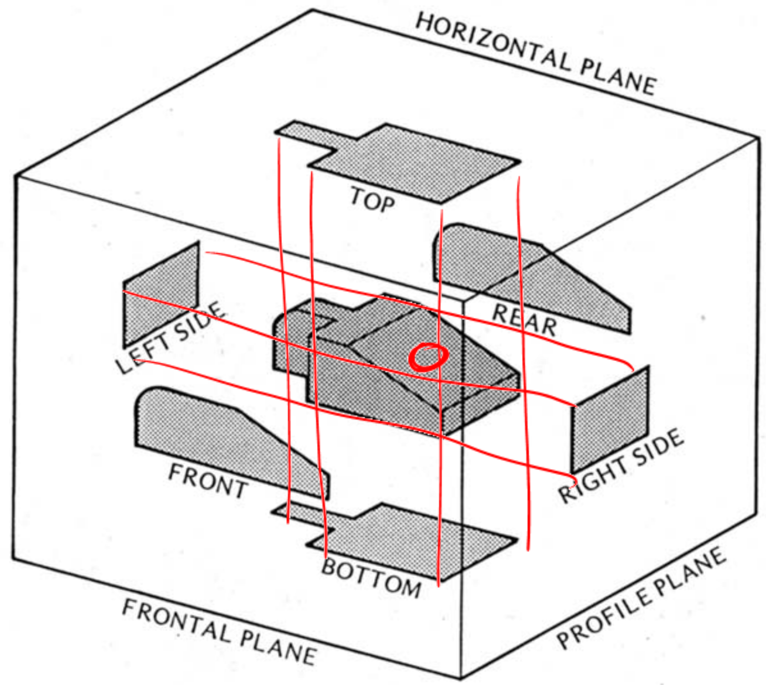
$$= \frac{n(n-1)}{2} \cdot (2+1) \cdot k^2$$

Pro $k = 10$



- dekomponovaný syst.: méně proměnných ⇒ lepší odhad z dat

Rekonstrukce celku z částí



(a)

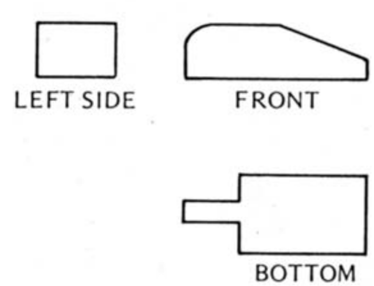
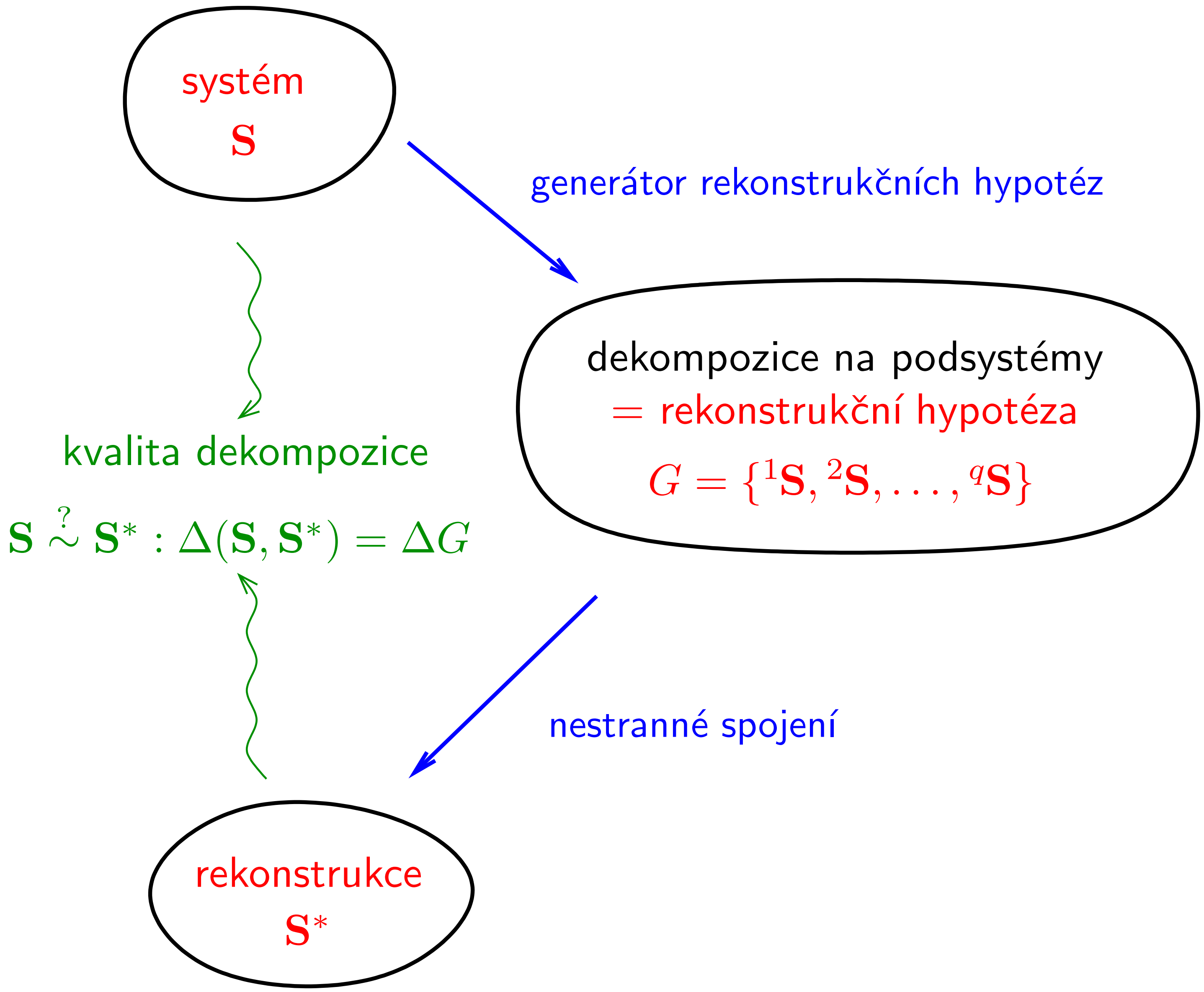


Schéma identifikační procedury



- G a $\mathbf{S}$ nejsou porovnatelné
  - nelze srovnat kvalitu G a $\mathbf{S}$
- $\mathbf{S}^{*}$ a $\mathbf{S}$ jsou porovnatelné

Vzájemná konzistence dynamických systémů

Lokální konzistence chování

Marginální funkce přípustnosti nad vazebními proměnnými musí být stejné

$$\mathbf{C}_{i,j} = {}^{i}\mathbf{S} \cap {}^{j}\mathbf{S}$$

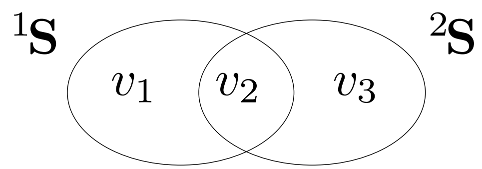
$$[{}^{i}p_B \downarrow \mathbf{C}_{i,j}] = [{}^{j}p_B \downarrow \mathbf{C}_{i,j}]$$

$^{1}p(v_1, v_2)$

$^{2}p(v_2, v_3)$

$p(v_1, v_2, v_3) = {}^{1}p * {}^{2}p$

Př: Lokálně *nekonzistentní* systémy:



$^{1}\mathbf{S}$

v_1	v_2	$^{1}p_B$
0	0	0.5
0	1	0.2
1	0	0.1
1	1	0.2

$^{2}\mathbf{S}$

v_2	v_3	$^{2}p_B$
0	0	0.4
0	1	0.25
1	0	0.15
1	1	0.2

v_2	$[{}^{1}p_B \downarrow \{v_2\}]$
0	0.6
1	0.4

v_2	$[{}^{2}p_B \downarrow \{v_2\}]$
0	0.65
1	0.35

$^{1}p(v_2) \quad = \quad {}^{2}p(v_2)$

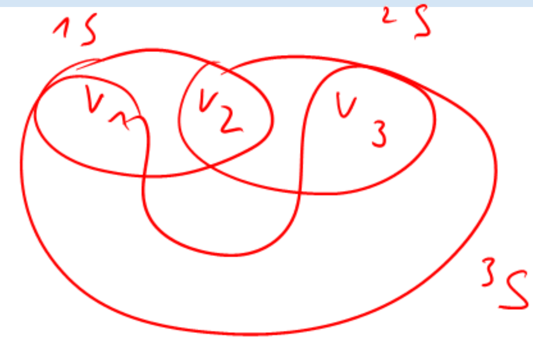
Pozn: podsystémy vzniklé rozkladem systému jsou lokálně konzistentní.

Stačí lokální konzistence k rekonstrukci?

v_1	v_2	^1p
0	0	0.25
0	1	0.18
1	0	0.20
1	1	0.37

v_2	v_3	^2p
0	0	0.17
0	1	0.16
0	2	0.12
1	0	0.14
1	1	0.18
1	2	0.23

v_1	v_3	^3p
0	0	0.11
0	1	0.14
0	2	0.18
1	0	0.20
1	1	0.20
1	2	0.17



$p_0 + p_1 + p_2 = 0.25$ $\quad 0 \le p_i \le 1$

$p_3 + p_4 + p_5 = 0.18$ $\quad i = 0, \dots, 11$

$p_0 + p_6 = 0.17$

v_1	v_2	v_3	p
0	0	0	p_0
0	0	1	p_1
0	0	2	p_2
0	1	0	p_3
0	1	1	p_4
0	1	2	p_5
1	0	0	p_6
1	0	1	p_7
1	0	2	p_8
1	1	0	p_9
1	1	1	p_{10}
1	1	2	p_{11}

$0 \le p_i \le 1$

Množina možných rekonstrukcí?

$$\begin{cases} 0.06 \le p_{10} \le 0.18 \\ 0.05 \le p_{11} \le 0.17 \\ 0.23 \le p_{10} + p_{11} \le 0.34 \end{cases}$$

$$p_0 = 0.34 - p_{10} - p_{11}$$

$$p_1 = -0.04 + p_{10}$$

$$p_2 = -0.05 + p_{11}$$

$$\vdots$$

$$p_9 = \cdots$$