

Seznam otázek ke zkoušce z OTS

Otázky z minulého běhu. Slouží jen pro orientaci o rozsahu zkoušené látky. **Otázky budou doplněny** o části, které se budou přednášet nově. Je možné, že v některých případech se u zkoušky vyskytne nějaká varianta příslušné otázky.

Základy

1. Kolik systémů lze definovat na nějakém konkrétním fyzikálním objektu? Na čem přitom záleží?
2. Jsou dány objekty M , X a pozorovatel P . Jaká je nejdůležitější vlastnost, kterou musí mít objekt M , aby byl modelem objektu X ?
3. Jaké hlavní problémy formalizuje a řeší obecná teorie systémů? Jaká je, stručně řečeno, hlavní myšlenka řešení každého problému?
4. Jakou roli hraje experimentátor (pozorovatel) při definování systému na objektu?
5. Co formálně rozumíme pod pojmem systém? Jaké množiny ve formální definici vystupují? Jakého typu mohou tyto množiny být?
6. Co rozumíme tím, když říkáme, že obecná teorie systémů je obecná?
7. Jaké máme důvody k tomu, že pro analýzu struktury systémů v OTS používáme entropii?
8. Co je to funkce přípustnosti stavu pro systém daný množinou svých proměnných, včetně jejich oborů hodnot?
9. Co je to zobecněný dynamický systém? Čím je popsán?
10. Jaký je rozdíl mezi zobecněným dynamickým systémem a generativním systémem? Předpokládejte pro jednoduchost jen jeden parametr, a to čas.
11. Co je třeba vše udělat, když chceme z datového systému vytvořit generativní systém? Na co je při tom třeba dbát? Co je to generativní nejistota systému? Jak se vypočte?
12. Kdy můžeme použít masku při definici zobecněného dynamického systému?
13. Jak obecně popisujeme dynamiku systému? Jak ji popisujeme u systému, ve kterém jsou všechny proměnné parametrizovány časem?
14. Kdy je generativní systém deterministický? Lze deterministický systém popsat funkcí přípustnosti stavu?
15. Je dán datový systém, který má tři základní proměnné, jejichž společnou parametrickou množinou je čas. Co musíte udělat, abyste nad tímto systémem definovali generativní systém? Jak to musíte udělat?

Co je to systém?

16. Navrhněte (popište) problém, který se dá formalizovat jako problém identifikace struktury zobecněného dynamického systému. Problém formalizujte. Naznačte algoritmičtý postup.
17. Objekt se skládá z velkého, avšak mělkého jezera a znečišťovatele vody na břehu. Na jezerní ekosystém má vliv vítr (zvyšuje odpar), solární radiace, srážky. Ekosystém se občas stává nestabilní (poklesne objem zooplanktonu a vzroste nadměrně objem fytoplanktonu). Jedna hypotéza tvrdí, že je to způsobeno počasím, druhá, že znečišťovatelem. Jak byste volili systém, který prokáže jednu nebo druhou alternativu? Jak byste ji potom prokázali? K dispozici máte tolik měření, o kolik si zadavateli řeknete.

Podsystem, identifikace struktury

18. Jaké podmínky musí platit, aby zobecněný dynamický systém ${}^1\mathbf{S}$ byl podsystemem systému \mathbf{S} ? Čím je popsán podsystem ${}^1\mathbf{S}$?
19. Nakreslete blokové schéma systému \mathbf{S} , jehož rekonstrukční hypotéza (dekompozice na podsystemy) je $G(\mathbf{S}) = \{\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3, v_4\}, \{v_4, v_1\}\}$ neboli ve zkrácené notaci, kterou jsme používali na přednáškách $G(\mathbf{S}) = 12|234|41$. Které proměnné jsou vazební proměnné mezi prvním a druhým podsystemem?
20. Nakreslete všechny přípustné masky pro systém se dvěma základními proměnnými a hloubkou historie 2. Co musí pro přípustné masky platit?
21. Dílčí systémy ${}^1\mathbf{S}$ a ${}^2\mathbf{S}$ jsou dány množinami proměnných a funkcemi přípustnosti stavu. Jaké jsou nutné podmínky pro to, aby existovala rekonstrukce celkového systému z množiny $\{{}^1\mathbf{S}, {}^2\mathbf{S}\}$?
22. Co rozumíme pod pojmem identifikace struktury zobecněného dynamického systému? Z jakých základních kroků se skládá?
23. Nechť \mathbf{S} je množina proměnných nějakého systému a \mathbf{T} je množina proměnných jeho podsystemu. Co můžete říci o podmíněné entropii $H(\mathbf{S} | \mathbf{T})$?
24. Nechť \mathbf{S} je množina proměnných nějakého systému a \mathbf{T} je množina proměnných jeho podsystemu. Co můžete říci o podmíněné entropii $H(\mathbf{T} | \mathbf{S})$? Proč tomu tak je?
25. Svými proměnnými je dán systém $\mathbf{S} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$. Dále jsou nad stejnými proměnnými definovány systémy ${}^1\mathbf{S} = \{v_1, v_2, v_3\}$, ${}^2\mathbf{S} = \{v_1, v_2\}$ a ${}^3\mathbf{S} = \{v_4, v_5\}$. Je množina $\{{}^1\mathbf{S}, {}^2\mathbf{S}, {}^3\mathbf{S}\}$ dekompozicí systému \mathbf{S} ?
26. Svými proměnnými jsou dány dva dílčí systémy ${}^1\mathbf{S} = \{v_1, v_2\}$ a ${}^2\mathbf{S} = \{v_2, v_3\}$. Předpokládejme, že existuje celá množina možných rekonstrukcí systému $\mathbf{R} = \{v_1, v_2, v_3\}$. Jak vybereme nejlepší z nich? Jak ověříme, že nějaké řešení vůbec existuje?
27. Nechť ${}^1\mathbf{S} = \{v_1, v_2, v_3\}$ a ${}^2\mathbf{S} = \{v_2, v_3, v_4\}$ jsou dva kompatibilní systémy s funkcemi přípustnosti stavu ${}^1p(v_1, v_2, v_3)$ a ${}^2p(v_2, v_3, v_4)$. Které proměnné jsou vazební? Jakou vlastnost musí mít ${}^1p(v_1, v_2, v_3)$ a ${}^2p(v_2, v_3, v_4)$, aby systémy byly kompatibilní? Uveďte vzorec pro sdruženou funkci přípustnosti stavu spojení ${}^1\mathbf{S} * {}^2\mathbf{S}$ o maximální entropii.
28. Mějme tři dílčí systémy ${}^1\mathbf{S} = \{v_1, v_3\}$, ${}^2\mathbf{S} = \{v_1, v_2\}$ a ${}^3\mathbf{S} = \{v_3, v_2\}$, každý daný svou funkcí přípustnosti stavu. Nechť jsou všechny dvojice těchto dílčích systémů lokálně konzistentní. Uveďte jednoduchý příklad konkrétních funkcí přípustnosti stavu pro ${}^1\mathbf{S}$, ${}^2\mathbf{S}$, ${}^3\mathbf{S}$ pro případ, kdy tyto tři dílčí systémy nejsou globálně konzistentní. Proč nejsou globálně konzistentní?
29. Z jakých podprocedur se skládá procedura identifikace struktury systému? Jaké problémy jednotlivé podprocedury řeší?
30. Je dán generativní zobecněný dynamický systém S definovaný množinou základních proměnných $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ a maskou. Uveďte tři způsoby, kterými ho můžete zjednodušit při zachování všech základních proměnných (tj. zmenšit velikost jeho popisu při zachování generativní neurčitosti). U každého způsobu uveďte kritéria optimality a jmenujte výpočetní problém, na který každý z těchto způsobů vede. Přesné znění algoritmů není nutno uvádět.
31. Jak můžeme zjistit, jestli hypotéza G_i o struktuře systému S je lepší než hypotéza G_j ? Jak ověříme, že data postačují k takovému závěru?

32. Napište vztah pro Kullback-Leiblerovu vzdálenost mezi systémem s pravděpodobnostní funkcí přípustnosti stavu $p(v_1, v_2, v_3, v_4)$ jeho rekonstrukcí ze dvou podsystémů ${}^1p(v_1, v_2, v_3)$ a ${}^2p(v_2, v_3, v_4)$.

Entropie, kontingenční analýza, odhadování

33. Jak byste definovali pojem entropie diskrétní a spojité náhodné proměnné?
34. Které rozdělení nad danou množinou hodnot spojité náhodné veličiny s nulovou střední hodnotou a daným rozptylem má maximální entropii? Jak byste postupovali při důkazu?
35. Které rozdělení nad danou množinou hodnot diskrétní náhodné veličiny má maximální entropii? Naznačte důkaz.
36. Napište vzorec pro výpočet podmíněné entropie $H(X | Y)$ tak, aby jste v něm použili pravděpodobnost $p(X, Y)$, případně marginální pravděpodobnosti $p(X)$ a $p(Y)$ spočitatelné z $p(X, Y)$.
37. Mějme diskrétní náhodné veličiny X, Y takové, že $Y = f(X)$, kde f je vzájemně jednoznačné zobrazení (prosté a na, čili bijekce). Co můžeme říci o podmíněné entropii $H(Y | X)$? Naznačte důkaz.
38. Nechť X a Y jsou diskrétní nezávislé náhodné veličiny. Můžeme něco říci o podmíněné entropii $H(X | Y)$? Dokažte z definice podmíněné entropie.
39. Jaký je vztah mezi entropií definovanou na rozkladu množiny elementárních jevů a entropií diskrétní proměnné?
40. Popište kontingenční test, který testuje nezávislost dvou diskrétních náhodných proměnných x a y , kde x je vektorová proměnná s oborem hodnot $R_x = \{[1, 2]^T, [2, 3]^T, [1, 3]^T\}$ a y je celočíselná proměnná s oborem hodnot $R_y = \{1, 3, 4, 6\}$.
41. A/D převodník měří napětí U v rozsahu $0-100\mu\text{V}$. K dispozici je posloupnost 10 000 měření. Jak byste ze změřených hodnot vypočítali entropii $H(U)$?
42. 32-bitový převodník měří nějakou spojitou veličinu x . K dispozici je posloupnost n měření. Jak byste ze změřených hodnot vypočítali entropii $H(x)$?
43. Uveďte Scottovo pravidlo pro optimální volbu šířky příhrádky histogramu náhodné proměnné s normálním rozdělením $N(0, \sigma)$.
44. Napište vzorec pro výpočet odhadu entropie spojité proměnné x z histogramu, který je získán po optimální kvantizaci x (například podle Scottova pravidla). Celkem je k dispozici n kvantizovaných měření proměnné x .
45. Jak byste odhadli entropii $H(x, y)$ dvou skalárních proměnných, aniž byste z měření nejprve konstruovali histogram? K dispozici je soubor n měření ve tvaru dvojic (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$. Přesný tvar toho členu ve vzorci pro výpočet entropie, ve kterém se vyskytuje jen dimenze d a velikost datového souboru n , není nutno uvádět. Hodnotu konstantního členu není nutno uvádět. Stručně vysvětlete, jak byste entropii vypočetli.
46. K čemu slouží metoda *jackknife*? Popište stručně postup pro odhad entropie $H(x)$ z datového souboru $\mathcal{D} = \{x_i\}_{i=1}^n$.
47. Uveďte vzorec pro Kullback-Leiblerovu vzdálenost mezi dvěma rozděleními $p(x)$ a $q(x)$.
48. Napište alespoň tři obecné vlastnosti, které má Kullback-Leiblerova vzdálenost mezi dvěma rozděleními $p(s)$ a $p^*(s)$.