Kybernetika

Wiener 1948:

Věda o řízení a sdělování v živých organismech a strojích.

Rok 2000:

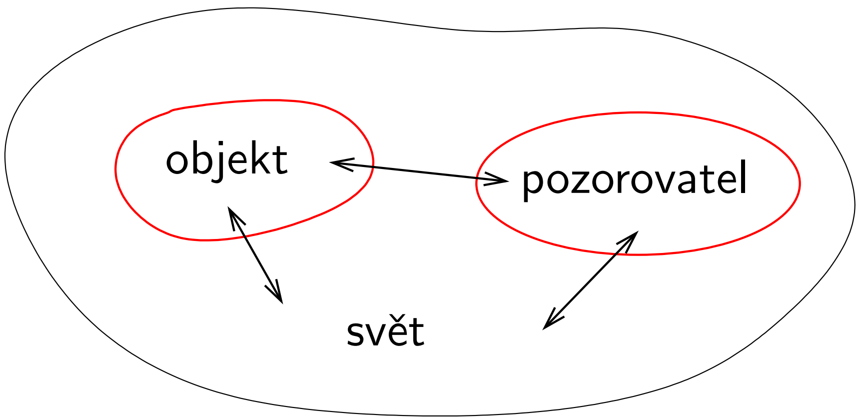
Věda o **modelování** a **řízení** složitých systémů.

1. Objekt a model.
2. Systém.
3. Hierarchie systémů.
4. Předmět obecné teorie systémů.
5. Role obecné teorie systémů.

Objekt a jeho model

Objekt: Pozorovatelná část reality.

Model: Nechť je dán objekt X a pozorovatel P. Potom $M(X)$ je modelem X jestliže pozorovatel může použít $M(X)$ **k předpovědi** chování X.



$$\boxed{\textbf{objekt } X \not\equiv \textbf{ model } M(X)}$$

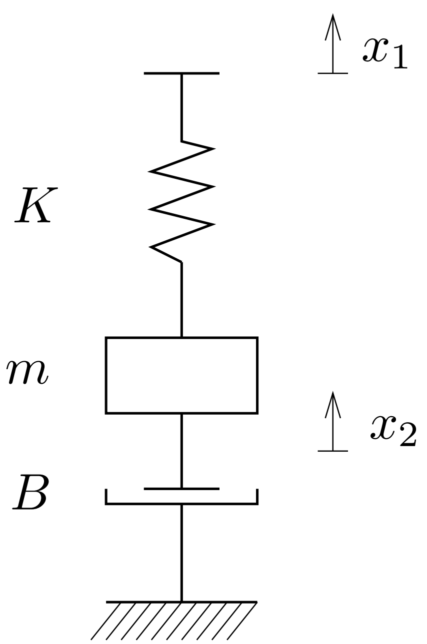
Systém: Je druh modelu.

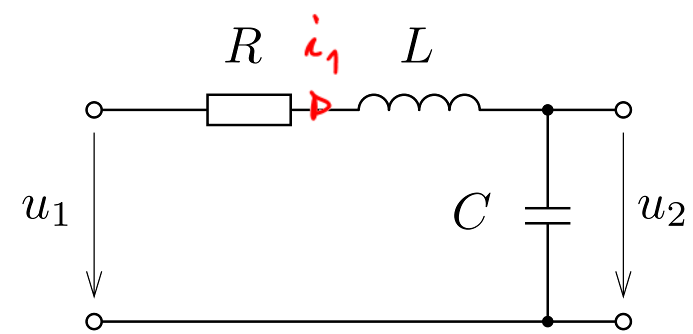
- objekt není vydělitelný ze svého okolí (Př: počasí nad ČR)
- interakce pozorovatel $\leftrightarrow$ objekt ovlivňují chování obou (Př: voltmetr s malým vstupním odporem)
- vlastnosti celku nevyplývají nutně z vlastností částí (Ludwig von Bertalanfy, 60. léta 20. stol.)

Co je a co není systém

Mějme dva objekty: (1) pružně upevněné závaží, (2) elektrický RLC obvod

Možné systémy na objektech:



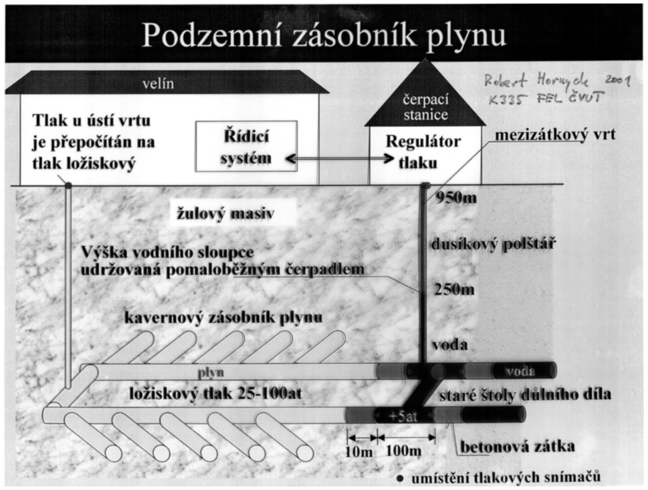


$S_1: \; m\,\ddot{x}_2 + B\,\dot{x}_2 + K x_2 = K x_1$ $\qquad$ $S_2: \; L\,\ddot{u}_2 + R\dot{u}_2 + \frac{1}{C}\,u_2 = \frac{1}{C}\,u_1$

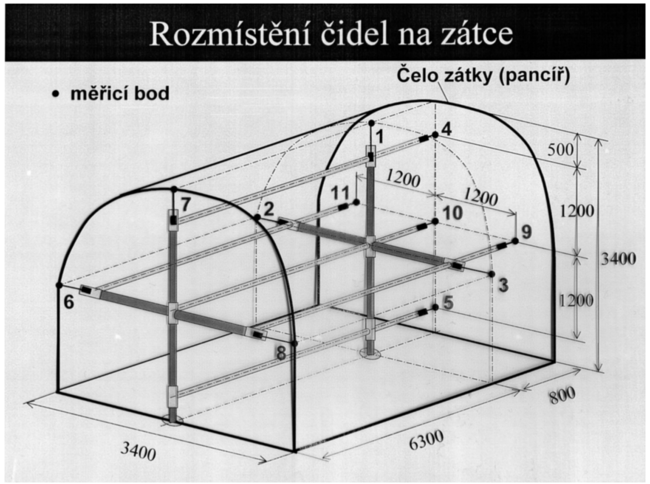
S_1 a S_2 jsou izomorfní: $x_1 \sim u_1$, $x_2 \sim u_2$, $m \sim L$, $B \sim R$, $K \sim \frac{1}{C}$

Systém: • atributy (proměnné): u_1, u_2 • parametr: čas • diferenciální rovnice

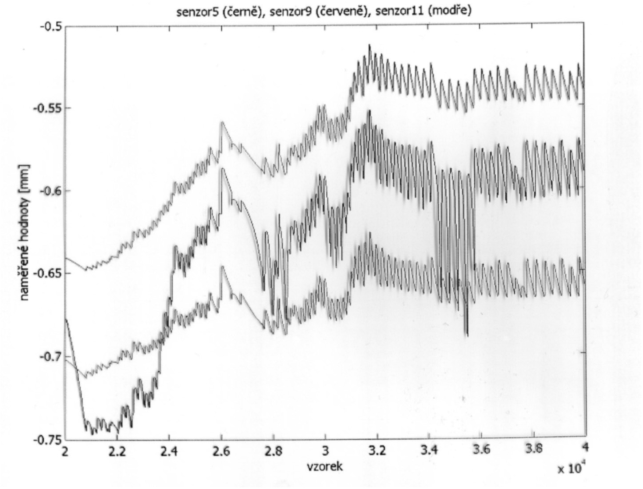
Příklad systému



objekt



měřicí místa



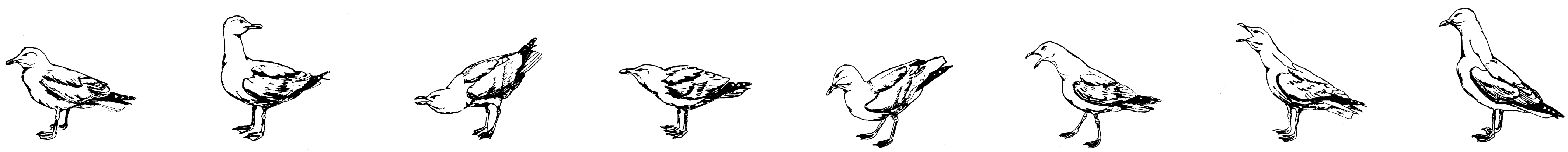
data

Systém

- atributy (proměnné)
- parametr: čas
- data (vzorek aktivity systému)

Přirozený dynamický systém se sémantikou

Typické postoje soupeřících racků v nafilmované sekvenci, slovně popsané



rest away forward hunched chocking mew call upright

Systém: • atributy (proměnné): v_1, v_2; • parametr: čas; • data (vzorek aktivity systému)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
v_1	1	1	0	3	3	3	3	3	4	3	3	0	2	1	1	1	1	4	4	4	4	4
v_2	4	3	4	3	3	3	3	3	4	4	3	3	4	2	1	1	1	4	4	4	4	3

t	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
v_1	2	4	4	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2	0	2	1	0	2	1	1
v_2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	1	1	1	3	3	1	3	3	3	3

interpretace:

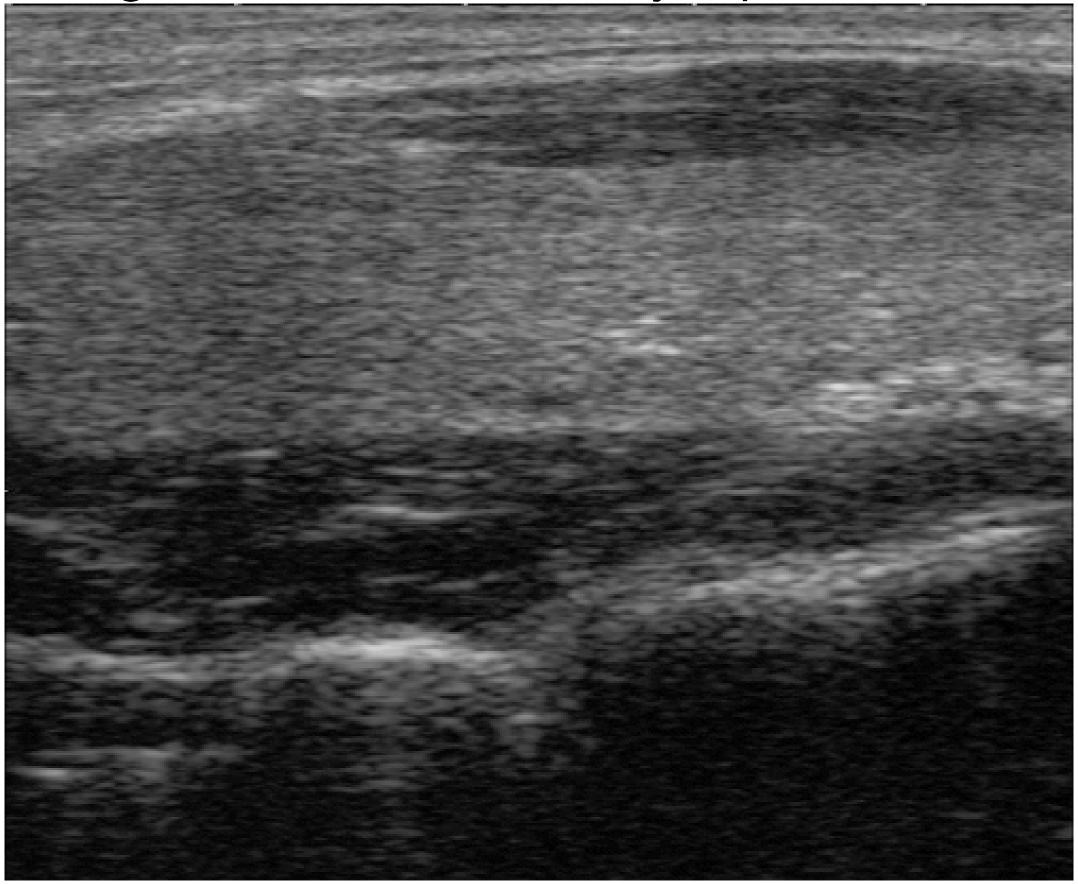
forward	0
upright	1
grass pulling	2
chocking	3
away	4

jednotka času: 2s

převzato z [Klir, Architecture of Systems Problem Solving, 1985]

Dynamický systém parametrizovaný polohou

Sonogram zdravé štítné žlázy v podélném řezu



Systém:

- atribut: v – hodnota obrazu v bodě
- parametry: i, j – poloha v obrazu

‚dynamický' zde neznamená časově proměnný, ale proměnný s polohou

- vzorek aktivity – textura

Shrnutí příkladů

1. proměnné: vypovídají o stavu systému
2. parametry: rozlišují instance měření, tj. ‚indexují proměnné'
3. relace mezi proměnnými:
    - schéma s označenými proměnnými
    - diferenciální rovnice
    - naměřená data

Co není systém?

- proměné nejsou voleny s ohledem na nějaký účel
- neexistuje společná parametrická množina
- data nejsou získána za dostatečné variability

Systém je model

Systém je trojice $S = (A, B; R)$, kde

$A -$ je množina podstatných atributů,

$B -$ je parametrická množina,

$R -$ je relace informační závislosti mezi $a_i \in A$.

- schéma
- diferenciální rovnice
- naměřená data

Atribut

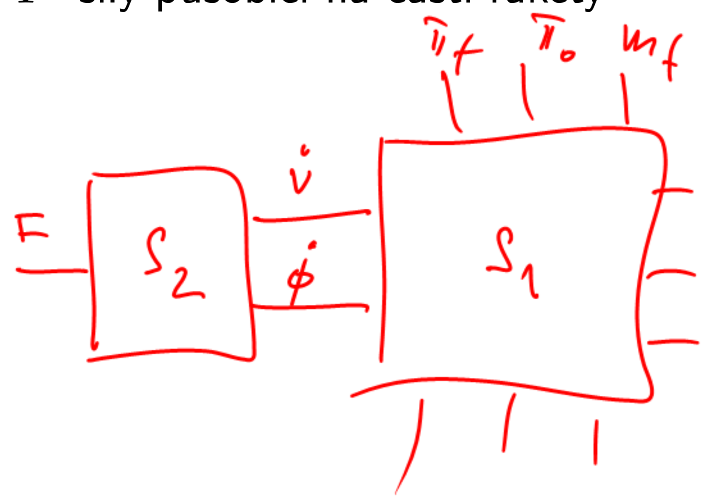
- popisný
  - př: postoje racků při souboji
- komparativní
  - př: Mohsova stupnice tvrdosti
  - předpokládají částečné uspořádání
- metrický
  - kvantitativní vlastnosti
  - extenzivita: aditivní vůči konkatenaci

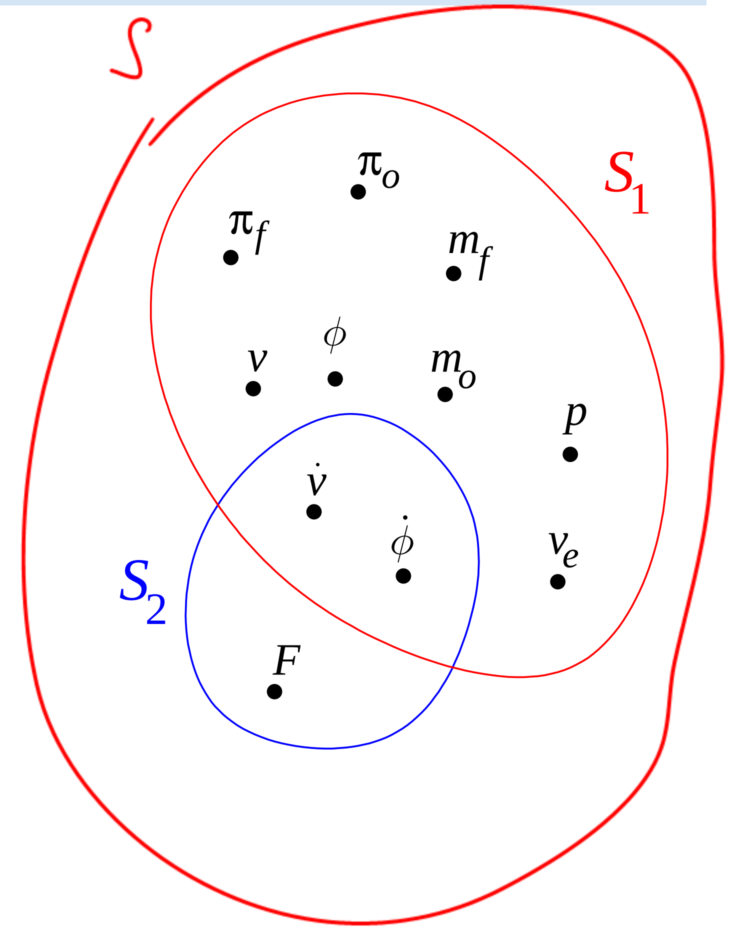
Parametr rozlišuje instance

- čas
- poloha
- populace

Systém z hlediska pozorovatele

systém S_1 na objektu		systém S_2 na objektu	
v	rychlost	$\dot{v}$	zrychlení
$\dot{v}$	zrychlení	$\dot{\phi}$	úhlová zrychlení
ϕ	úhlové rychlosti	F	síly působící na části rakety
$\dot{\phi}$	úhlová zrychlení		
π_f	průtoky paliva		
π_o	průtoky okysličovadla		
p	tlak ve spalovacích komorách		
v_e	rychlosti výtoku plynů		
m_f	hmotnost paliva		
m_o	hmotnost okysličovadla		





Hledisko

- Volba systému závisí na účelu zkoumání.
- Na každém materiálním objektu je možno definovat mnoho různých systémů **významných z různého hlediska.**
- Systémy na různých fyzikálních objektech mohou být formálně totožné.

Obecný systém

Na interpretaci nezávislý bezkontextový model ve standardní formě, který reprezentuje třídu ekvivalence vzhledem k významným vlastnostem relací.

Předmět OTS

Klir 1985:

OTS je metodologie pro zkoumání vlastností velmi složitých systémů bez zjevné struktury, které se vyskytují v různých tradičních disciplínách.

1. **Předmět zkoumání:** Strukturální vlastnosti společné určitým třídám systémů.
2. **Model systému:** Matematicky, experimentálně nebo simulací získaný.

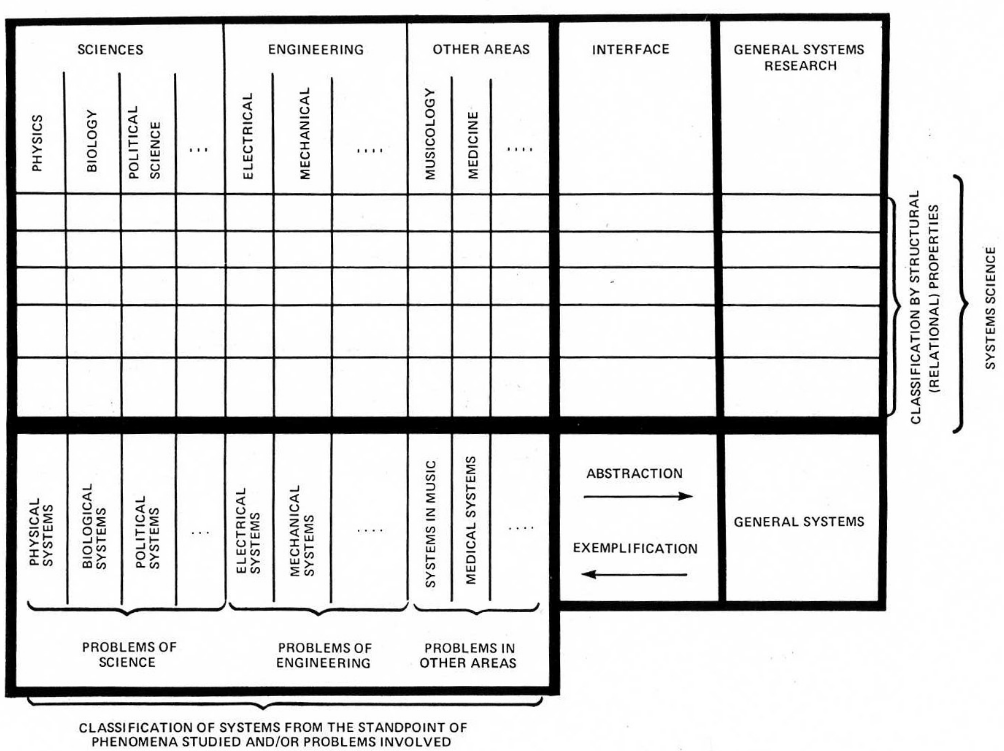


Figure 1.1. Two ways of classifying systems.

Náplň této části přednášek

1. Formalismus, kterým lze popsat zobecněný dynamický systém.

   Zobecněný diskrétní dynamický systém popsaný naměřenými daty anebo jejich zobecněním.

   Pravděpodobnostní anebo posibilistický model nad množinou stavů. Výměna informace měřena na základě entropie.

2. Vybrané problémy OTS

   - Jak vytvořit systém z dat?
   - Jak zjednodušit daný systém?
   - Jak zjistit strukturu složitých systémů?

   problém identifikace struktury z dat

Aplikace

- analýza a interpetace dat
- těžení dat (data mining)
- rozpoznávání

GSPS: Nástroj, který podporuje efektivní inženýrskou práci v procesu analýza–predikce–experiment bez ohledu na interpretaci a kontext.

Datový systém

$$D = (A, B;\, d, u)$$

(A, B) obecný obraz systému

$A = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ množina základních proměnných

$B = \{w_1, w_2, \ldots, w_m\}$ množina parametrů

$\mathcal{R}(v_i),\ i = 1, 2, \ldots, n$ obor hodnot (*range*) v_i

$\mathcal{R}(w_j),\ j = 1, 2, \ldots, m$ obor hodnot w_j

$\mathcal{R}(A) = \mathcal{R}(v_1) \times \mathcal{R}(v_2) \times \cdots \times \mathcal{R}(v_n)$ toto ještě není nutně stavový prostor!

$\mathcal{R}(B) = \mathcal{R}(w_1) \times \mathcal{R}(w_2) \times \cdots \times \mathcal{R}(w_m)$

(u, d) reprezentace relací mezi proměnnými

$d\colon \mathcal{R}(B) \to \mathcal{R}(A)$ crisp data ostrá data

$\tilde{d}\colon \mathcal{R}(B) \times \mathcal{R}(A) \to \langle 0, 1 \rangle$ fuzzy data

$u_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \ldots, n$ vstupní proměnné

Datový systém: Vzorek aktivity

Obraz systému (A, B) charakterizuje potenciální stavy proměnných, funkce D poskytuje informaci o jejich skutečných stavech na části parametrické množiny.

$$A = \{v_1, v_2\}, \quad B = \{b\}, \quad \mathcal{R}(v_1) = \mathcal{R}(v_2) = \{0, 1, 2, 3, 4\}, \quad \mathcal{R}(b) = \mathbb{N}^{0}$$

Data jsou výsledkem měření na objektu.

$$\mathbf{D} = \left[d_{i,j}\right] = \left[v_i(j)\right]$$

$i \downarrow$ \ $j \rightarrow$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_1	1	1	2	0	3	2	0	2	3	1
v_2	3	2	2	0	1	3	2	3	1	1

datová matice D

- **sloupce** jsou stavy pozorované na hodnotách $\mathcal{R}(b)$,
- **řádky** jsou pozorování jedné proměnné indexované hodnotou parametru.

Zobecněný diskrétní dynamický systém

Cíl: zobecnit data, modelovat dynamiku

Chování: Vztah mezi proměnnými systému nezávisle na absolutní hodnotě parametrů.

Př:

$$x(k) = f\big(x(k-1),\, x(k-2), \dots, x(k-h) \mid \Theta\big)$$

$$s_0(k) = f\big(s_1(k),\, s_2(k), \dots, s_h(k) \mid \Theta\big) \qquad \text{invariantní vztah (vzhledem k } k\text{)}$$

vzorkovací proměnná

$$s_1(k) = x(k-1) \qquad \text{translace}$$

Vzorkovací proměnné: Doplňují základní proměnné v_i o proměnné s_k

$$s_k(w) = v_i\big(r_{ij}(w)\big), \qquad w \in \mathcal{R}(B)$$

odpovídají vnitřním stavovým proměnným v dynamickém systému

Translační pravidla: každému elementu ve $\mathcal{R}(B)$ přiřazují jeden element z $\mathcal{R}(B)$:

$$r_{ij}\colon\ \mathcal{R}(B) \to \mathcal{R}(B).$$

př: $s_1(k) = x(k-1), \quad r_{11}(k) = k-1$

Translační pravidla na uspořádané parametrické množině: Maska

$j \rightarrow$, $i \downarrow$

$i \backslash j$	−2	−1	0	1
1		1	2	
2			3	4

k

referenční bod

maska M

Hodnoty vzorkovacích proměnných s_k:

$$s_1(6) = v_1(5) = 2$$

$$s_2(6) = v_1(6) = 0$$

$$s_3(6) = v_2(6) = 2$$

$$s_4(6) = v_2(7) = 3$$

$t \rightarrow$, $i \downarrow$

$i \backslash t$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v_1	1	1	2	0	3	2	0	2	3	1
v_2	3	2	2	0	1	3	2	3	1	1

datová matice

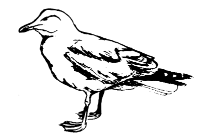
referenční bod

Stav pro masku M v poloze $t = 6$:
$\mathrm{s}(6) = (2,\ 0,\ 2,\ 3)$

Maska M reprezentuje časově invariantní dynamický vztah mezi základními proměnnými, každému páru $(i, j) \in M$ odpovídá jedno translační pravidlo $s_k = v_i(w + r_{ij})$ pro referenční čas $w \in \mathcal{R}(B)$.

Příklad zobecnění datového na dynamický systém

1. Dán datový systém: $A = \{v_1, v_2\}$, $B = \{t\}$, data



t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
v_1	1	1	0	3	3	3	3	3	4	3	3	0	2	1	1	1	1	4	4	4	4	4
v_2	4	3	4	3	3	3	3	3	4	4	3	3	4	2	1	1	1	4	4	4	4	3

t	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
v_1	2	4	4	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2	0	2	1	0	2	1	1
v_2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	1	1	1	3	3	1	3	3	3	3

2. Volba masky M:

s_1	s_2
s_3	s_4

$p(\underbrace{s_2, s_4}_{G} \mid \underbrace{s_1, s_3}_{\bar{G}})$

3. Odhad pravěpodobnosti přípustných stavů

s_1	s_2	s_3	s_4	$p(s_1, s_2, s_3, s_4)$
1	1	4	3	0.023
1	0	3	4	0.023
0	3	4	3	0.023
3	3	3	3	0.091
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

$\frac{1}{43}$

p_1 $\quad 1-p_1$

1 $\quad$ 2

Zobecněný dynamický systém

Stavový prostor

Stav je okamžitá hodnota vzorkovacích proměnných $S = \{s_i,\ i = 1, \dots, n\}$ a

$$\mathcal{R}(S) = \mathcal{R}(s_1) \times \mathcal{R}(s_2) \times \cdots \times \mathcal{R}(s_n)$$

je stavový prostor o dimenzi n.

Funkce přípustnosti

definuje přípustné stavy $p_B \colon \mathcal{R}(S) \to \langle 0, 1 \rangle$ (pravděpodobnost, posibilita)

Dynamický systém

$$F_B = (A, B;\ M, p_B),$$

(A, B) je obecný obraz systému

M je maska

p_B je funkce přípustnosti stavu

Zobecněný dynamický systém: shrnutí

- dynamika popsána vztahem invariantním vůči parametrům
- vztah je reprezentován zvýšením dimenze stavového prostoru
- každý takový rozšířený stav má připustnost (pravděpodobnost)
- tento model přesně popisuje všechna pozorovaná data

Tento model dokáže generovat (předpovídat) vývoj stavu systému, uvidíme jak.

Generativní systém

- Zobecněný dynamický systém nezahrnuje předpis pro generování aktivity systému.

Generativní maska

Rozklad masky M na generující část $M_{\bar{g}}$ a generovanou část M_g:

$$M_G = (M_g, M_{\bar{g}})$$

tak, že

$$\begin{aligned} M_g &\subset M \\ M_{\bar{g}} &\subset M \\ M_g \cup M_{\bar{g}} &= M \\ M_g \cap M_{\bar{g}} &= \emptyset \end{aligned}$$

Generativní funkce přípustnosti

Množinu vzorkovacích proměnných rozložíme na generující množinu $\bar{G}$ a generovanou množinu G, potom sdružená funkce

$$p_{GB}\colon\ \mathcal{R}(\bar{G}) \times \mathcal{R}(G) \to \langle 0, 1 \rangle$$

je generativní funkce přípustnosti.

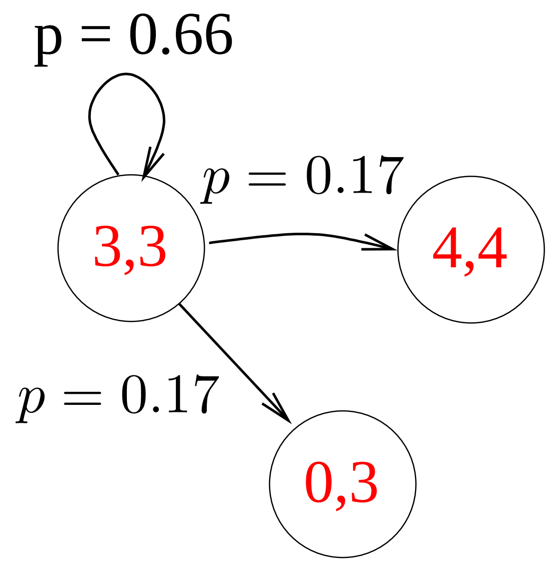
Nedetermininistický systém

Deterministický systém

Pro každý generující stav $\bar{\mathbf{g}} \in \mathcal{R}(G)$ je povolen pouze jeden generovaný stav $\mathbf{g} \in \mathcal{R}(G)$.

Nedeterministický systém: Povoleno je více stavů.

$\bar{\mathbf{g}}$		$\mathbf{g}$		
s_1	s_3	s_2	s_4	p_{GB}
1	4	1	3	0.023
1	3	0	4	0.023
0	4	3	3	0.023
3	**3**	3	3	0.091
3	3	4	4	0.023
4	4	3	4	0.023
3	**3**	4	4	0.023
3	**3**	0	3	0.023
⋮				⋮



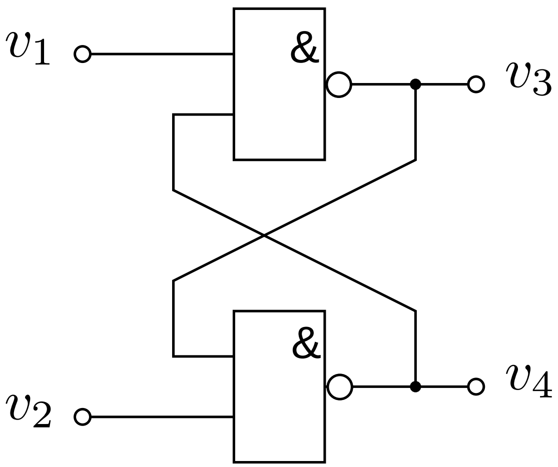
nederministický
stav $(3,3)$ má tři následníky

Pravděpodobnost přechodu stavu

$$p(\mathbf{g} \mid \bar{\mathbf{g}}) = \frac{p_{GB}(\mathbf{g}, \bar{\mathbf{g}})}{p_G(\bar{\mathbf{g}})}$$

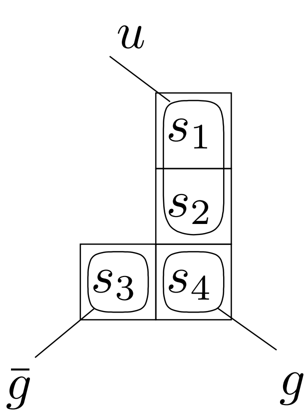
Je RS obvod nedeterministický systém?

- RS obvod má paměť: následný stav závisí na současném stavu

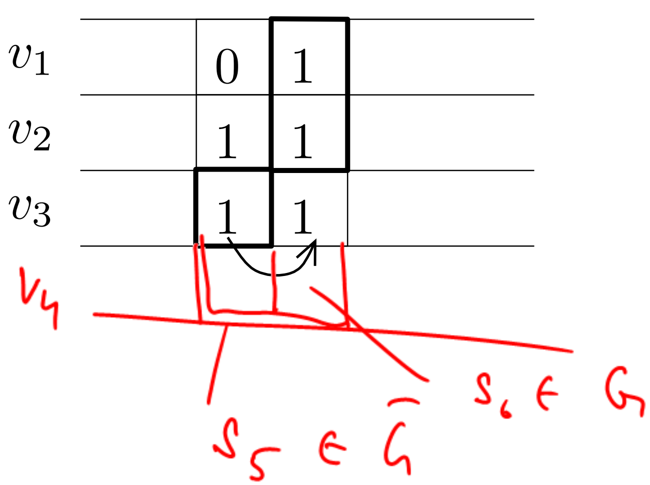


v_1	v_2	v_3	v_4
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	v_3^{k-1}	v_4^{k-1}

u		$\bar{g}$	g
s_1	s_2	s_3	s_4
0	0	–	1
0	1	–	1
1	0	–	0
1	1	0	0
1	1	1	1



maska



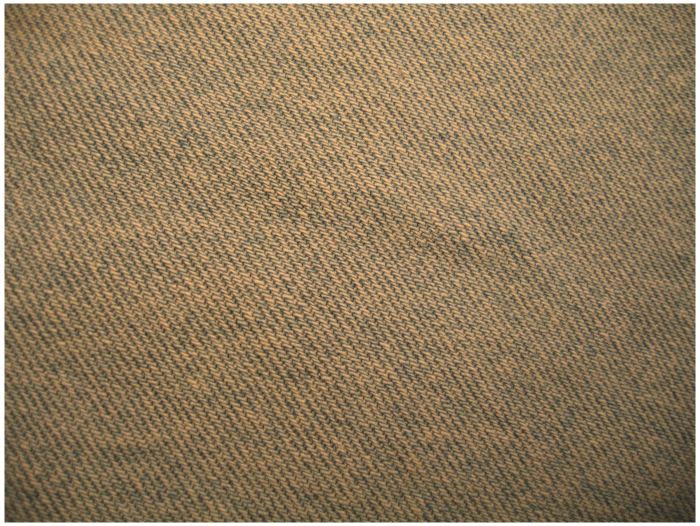
Je deterministický: tabulka je úplný popis a žádné dva stavy $(u, \bar{g})$ nejsou stejné: každý stav má jen jednoho následníka

Generování dat

1. Dán stav $\bar{\mathbf{g}} \in \mathcal{R}(\bar{G})$ pro dané $t \in T$, použije se pravděpodobnost přechodu $p(\mathbf{g} \mid \bar{\mathbf{g}})$ pro zjištění stavu $\mathbf{g} \in \mathcal{R}(G)$ pro t.
2. Hodnota t je nahrazena novou a krok 1 se opakuje.

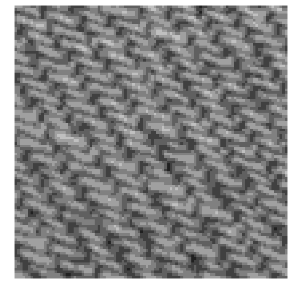
- Vyžaduje uspořádanou parametrickou množinu.
- Vyžaduje počáteční podmínky.
- Pořadí generování:
  1. dopředné (prediktivní): $t = t + 1$,
  2. zpětné (retrodiktivní): $t = t - 1$.
- Každý řádek masky M_g pro dopředné pořadí má právě jeden prvek na pravé hraně masky, pro zpětné na levé straně.
- U nedeterministického systému se následující stav vygeneruje náhodně s danou pravděpodobností.

Příklad texturního systému



obraz tkaniny
2500×2000 pixelů, RGB 8-bit

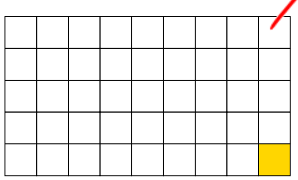
- vstupní redukce rozlišení: prostorová redukce na 1/3, pouze jas, překvantizováno do 6 úrovní šedé



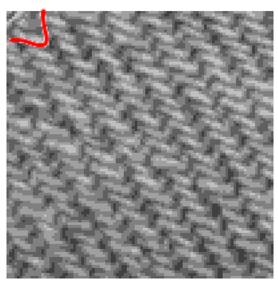
výřez 100×100 pixelů z kvantizovaného obrazu

$p(\bar{G})$

$\bar{G}$



maska 5×9



vygenerovaný vzorek

- jedna generovaná proměnná g (žlutě), 44 generujících $\bar{G}$
- systém má 549322 stavů s nenulovou četností, zjištěno z redukovaného obrazu 1.7Mpix
- $H(g) = 1.38, \quad H(g \mid \bar{G}) = 1.965 \cdot 10^{-4}$
- malá generativní nejistota, systém je skoro deterministický

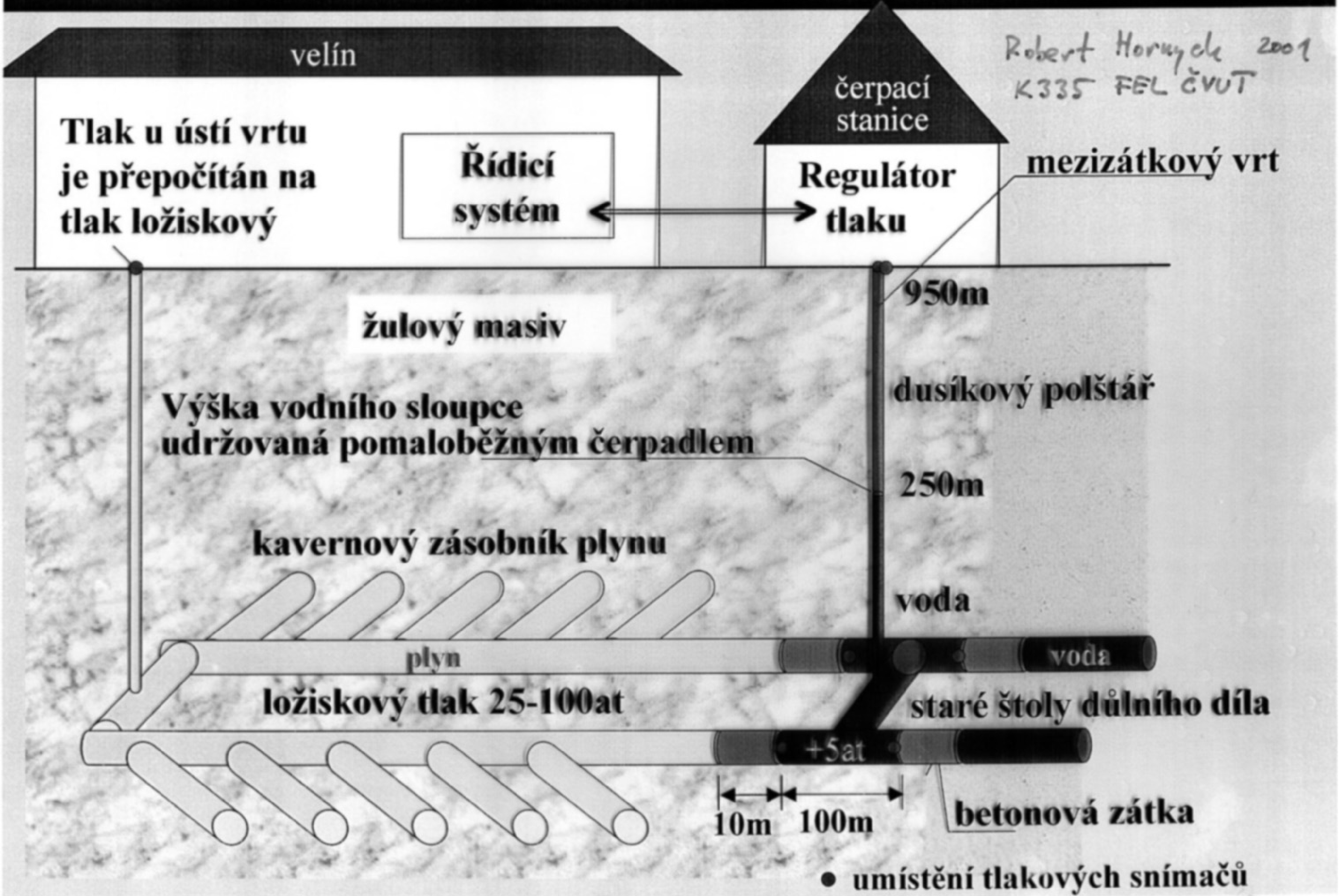
Klirova hierarchie systémů

abstrakce roste & neurčitost klesá

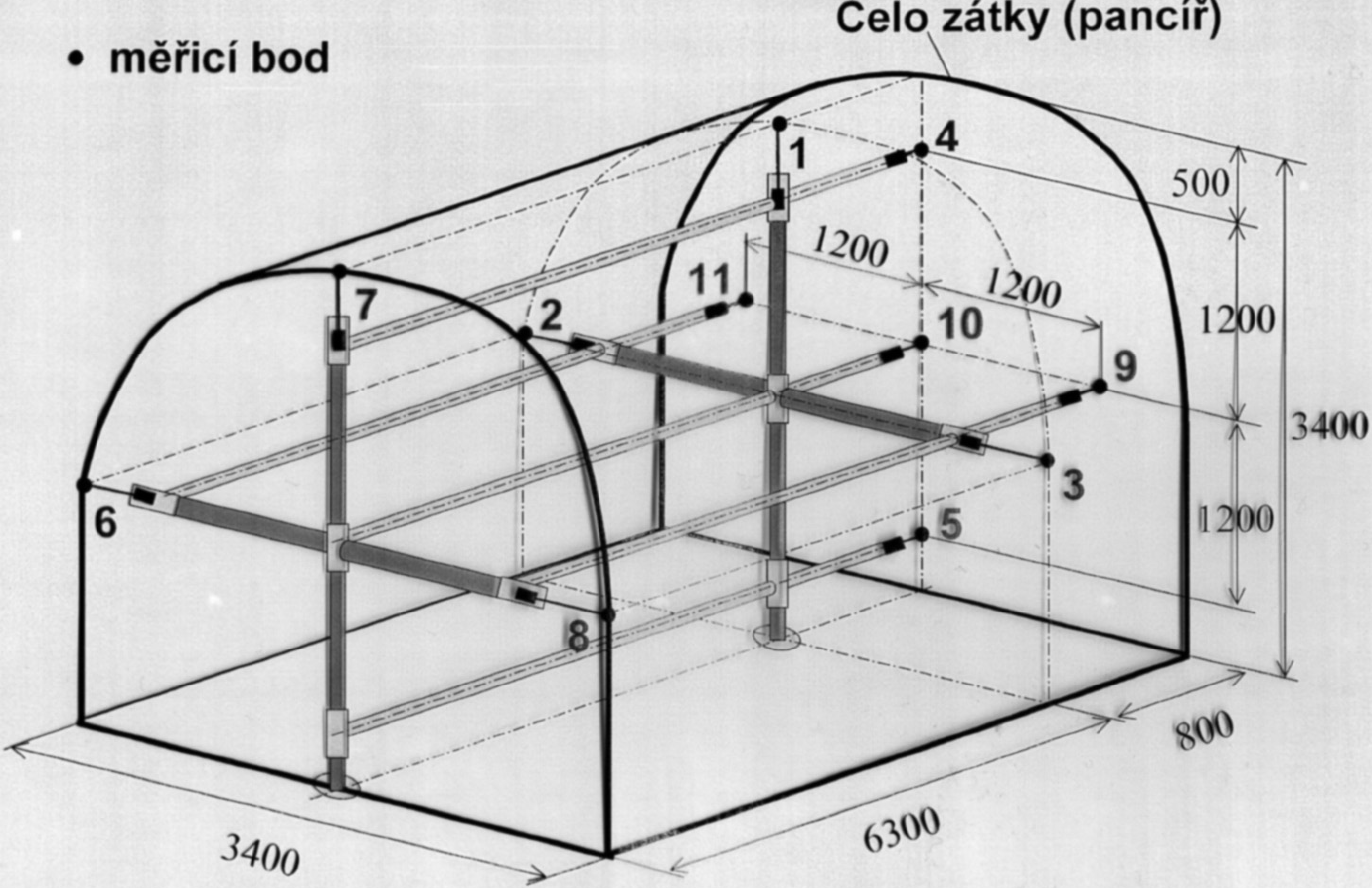
4	**METASYSTÉMY** relace mezi relacemi níže	**pravidla** popisující změny struktury
3	**STRUKTUROVANÉ SYSTÉMY** relace mezi modely níže	**rozložení** vztahu mezi proměnnými na dílčí vztahy
2	**GENERATIVNÍ SYSTÉMY** modely generující aktivitu (chování) zobecnění dynamických systémů	vztah mezi proměnnými **vysvětlující** pozorovaná data
1	**DATOVÉ SYSTÉMY** pozorování popsaná v jazyce níže	zdrojový systém doplněný **vzorkem** dat
0	**ZDROJOVÉ SYSTÉMY** jazyk pro popis dat	soubor měřitelných vlastností důležitých z nějakého **hlediska**
	MĚŘITELNÁ REALITA	

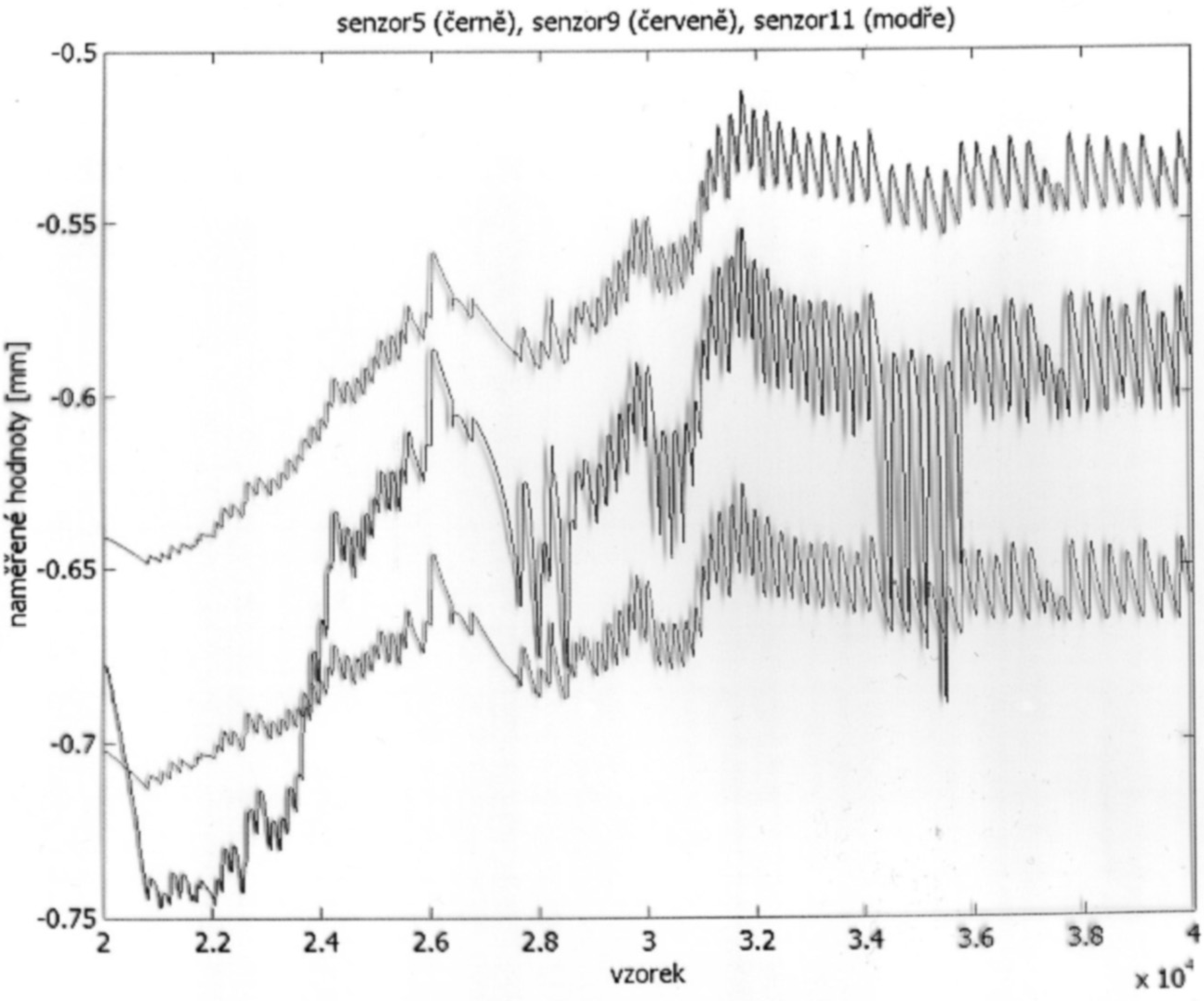
Konec

Podzemní zásobník plynu



Rozmístění čidel na zátce




senzor5 (černě), senzor9 (červeně), senzor11 (modře)
naměřené hodnoty [mm]
-0.5
-0.55
-0.6
-0.65
-0.7
-0.75
2
2.2
2.4
2.6
2.8
3
3.2
3.4
3.6
3.8
4
vzorek
x 10^4

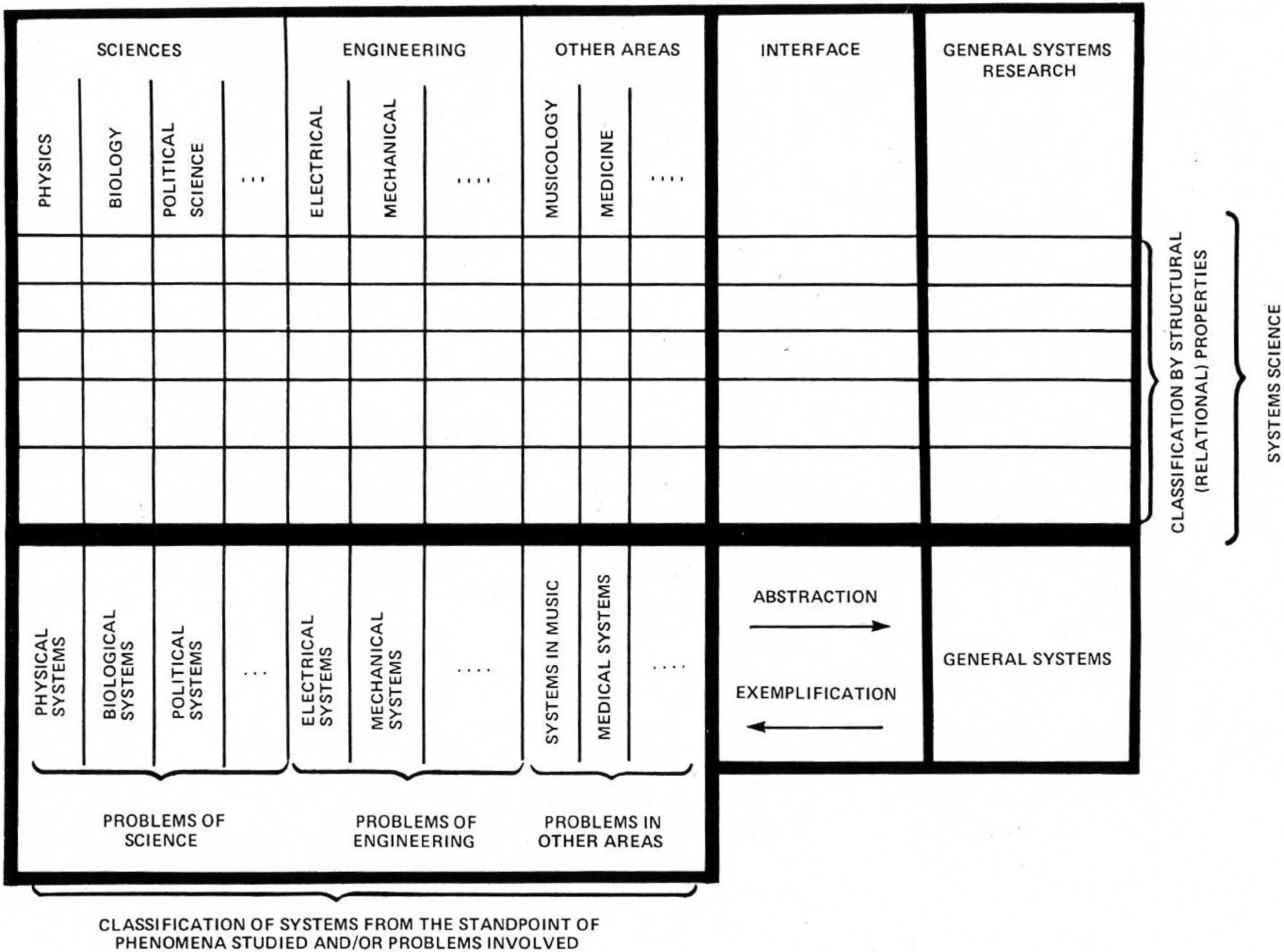


Figure 1.1. Two ways of classifying systems.