

# Zkouškové otázky ze X383ZS – Zpracování signálu a obrazu

Václav Hlaváč

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta elektrotechnická, katedra kybernetiky

Centrum strojového vnímání

<http://cmp.felk.cvut.cz/~hlavac>, [hlavac@fel.cvut.cz](mailto:hlavac@fel.cvut.cz)

24. června 2009

Písemka u zkoušky z obrazové části se skládá z pěti otázek, z nichž každá je hodnocena nejvýše sedmi body. Otázky budou především vybírány náhodně z následujícího seznamu. Při zadávání písemky mohou být otázky modifikovány nebo nahrazeny jinými. Tento seznam otázek se také bude postupně rozšiřovat.

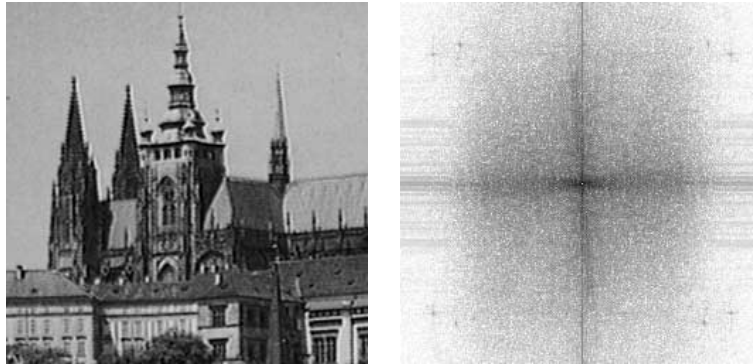
- 
1. Jaké jsou rozdíly mezi analýzou obrazu (počítačovým viděním) na jedné straně a počítačovou grafikou na druhé straně? Uveďte dva příklady, které rozdíly demonstrují.
  2. Interpretace (porozumění) obrazu lze matematicky vyjádřit s využitím přístupu teorie formálních jazyků jako *zobrazení: pozorovaná obrazová data  $\rightarrow$  model teorie*. Modelem teorie je konkrétní svět, v němž “teorie” platí. Jedné “teorii” může odpovídat více různých světů. Interpretaci lze chápat také jako *zobrazení: syntax  $\rightarrow$  sémantika*. Při interpretaci je využívána sémantika, tj. znalost o konkrétním světě. V analýze obrazů počítačem obvykle chápeme, že obrazy představují určité objekty. Uveďte dva praktické příklady úloh zpracování obrazu, v nichž je interpretace využívána. Jak je interpretace v těchto úlohách konkrétně využita?
  3. Zpracování signálu a nižší úroveň digitálního zpracování obrazu typicky neinterpretuje zpracovávaná data. Vysvětlete (nejlépe v matematickém vyjádření), co to je interpretace. Co interpretace při zpracování obrazů na jednu stranu přináší a čím použití metod omezuje?
  4. Proč je porozumění obecným (trojrozměrným) scénám v počítačovém vidění těžké? Uveďte několik důvodů se stručným komentářem. (V přednášce bylo uváděno šest důvodů)
  5. Lokální a globální zpracování.
    - Diskutujte stručně rozdíl mezi lokálním a globálním přístupem v analýze obrazu. Uveďte výhody a nevýhody obojího.
    - Uveďte se stručným komentářem dva příklady lokálních operací.
    - Uveďte se stručným komentářem dva příklady globálních operací.
  6. Vysvětlete pojem spojitá obrazová funkce  $f(x, y)$  nebo  $f(x, y, t)$ . Vysvětlete, co jsou parametry  $x, y, t$ . Uveďte několik příkladů reálných obrazových funkcí sejmутých s pomocí různých fyzikálních principů. Hodnota funkce  $f$  tedy bude odpovídat různým fyzikálním veličinám.
  7. Co je to kvantování obrazu? Jak a v jakém zařízení se kvantování realizuje? Kolik kvantizačních úrovní zhruba rozliší u monochromatického obrazu člověk? Co je v obraze patrné, když je kvantizačních úrovní méně, než by mělo být?
  8. Uvažujte digitalizaci dvojrozměrného obrazu. Zde se stejně jako při digitalizaci jednorozměrného signálu stanovuje vzdálenost ekvidistantních vzorků podle Shannonovy věty o vzorkování. Pro dvojrozměrné obrazy je potřebné navíc ke stanovení vzdálenosti mezi vzorky (což se řeší podobně jako u jednorozměrného signálu) vyřešit další záležitost. Jakou? Jak se záležitost typicky řeší a jaké výhody či nevýhody tato řešení mají? Poznávám, že se neptám na kvantování.

9. Jaké výhody přináší použití hexagonální mřížky (podobné včelí plástvi) při vzorkování obrazu? Proč se taková mřížka nepoužívá ve většině digitalizačních karet?
10. Relace souvislosti mezi dvěma pixely binárního digitálního obrazu (tj. existuje mezi nimi cesta) definuje rozklad obrazu (tj. množiny) na třídy ekvivalence (tj. oblasti). Jaké tři vlastnosti musí relace splňovat, aby byla ekvivalencí. Ověřte platnost těchto tří vlastností pro relaci souvislosti.
  - (a) Definujte (i) oblast a (ii) konvexní oblast ve dvojrozměrném obraze. Nakreslete příklad konvexní a nekonvexní oblasti.
  - (b) Definujte konvexní obal.
  - (c) Pro nekonvexní oblast z bodu (a) zakreslete konvexní obal.
11. Vysvětlete v souvislosti s obrazy význam pojmů (a) prostorové rozlišení; (b) spektrální rozlišení; (c) radiometrické rozlišení a (d) časové rozlišení.
12. Napište definiční vzorec Shannonovy (též informační) entropie. Vysvětlete veličiny ve vzorci. K čemu se Shannonova entropie používá? Uvažujte šedotónový obraz. Uveďte alespoň dvě použití Shannonovy entropie v digitálním zpracování obrazu.
13. I když nic nevíme o interpretaci obrazových dat, můžeme měřit informační obsah obrazu Shannonovou entropií. Uvažujte šedotónový obraz. Ukažte, jak spočítat entropii jasových úrovní obrazu s  $2b$  stupni šedi obrazu o rozměru  $N \times N$  z histogramu  $h(i)$ ,  $i = 0, \dots, 2b - 1$ . Pro jaký histogram bude entropie největší?
14. Napište definiční vztah pro Shannonovu entropii. Uvažujte šedotónový obrázek. Spočítejte entropii na základě histogramu jasu  $h_i$ ,  $i = 0, \dots, 255$ . Ví se, že předzpracováním obrazu se entropie nezvětší. Co musíme udělat, když přesto potřebujeme obraz s větší entropií?
15. Při pořizování obrazu trojrozměrného (3D) světa kamerou se geometrie zobrazení reprezentuje modelem dírkové kamery (tj. perspektivní projekcí), ve kterém se 3D bod  $(x, y, z)$  promítne do obrazové roviny jako  $(x', y')$ . Nakreslete odpovídající obrázek (stačí o dimenzi menší, tj. plošný). Předpokládejte, že znáte 3D souřadnice  $(x, y, z)$ , ohniskovou vzdálenost  $f$ , tj. vzdálenost obrazové roviny od středu promítání. Odvoďte vztah pro  $x'$ .
16. K čemu slouží optická soustava (především objektiv) u fotoaparátu. Popište roli objektivu neformálně z fyzikálního hlediska.
17. Fungování objektivu fotoaparátu se obvykle na praktické úrovni vysvětluje teorií geometrické optiky. Za jakých předpokladů se může být zjednodušený model geometrické optiky použit? Podotýkám, že složitější fyzikální model je model vlnové optiky.
18. Srovnajte na konceptuální úrovni z pohledu fotografování vlastnosti dírkové komory a objektivu složeného z čoček.
19. Vysvětlete, co je přirozená vinětace. Projevuje se přirozená vinětace více u normálních objektivů nebo u širokoúhlých objektivů? Zdůvodněte (v lepším případě odvoďte), proč k přirozené vinětaci dochází.
20. Vysvětlete, co je to radiální zkreslení objektivu. Jak se v sejmutém obraze projevuje a jak se opravuje?
21. Vysvětlete princip telecentrického objektivu. K čemu se používá?
22. Porovnejte vlastnosti analogových a digitálních kamer.
23. Vysvětlete pojem hloubka zaostření u optického objektivu. Jaký (obvykle ovladatelný) parametr objektivu umožňuje měnit hloubku zaostření?
24. Představte si, že snímáme 3D scénu, jejíž elementární ploška odráží jistou záři  $L$  do CCD kamery. To se na jejím světlocitlivém čipu odpovídá ozáření  $E$ , které je přímo úměrné hodnotě obrazové funkce  $f(x, y)$ , tj. jasu (přesněji záři). Na jakých vlastnostech elementární plošky a zdrojů světelné energie hodnota  $f(x, y)$  pro pevně zvolenou  $x, y$  závisí?

25. Vysvětlete pojem “dvojsměrová distribuční funkce obrazu” označovaná zkratkou BRDF. K čemu se BRDF používá?
26.
  - Jaké odrazivostní vlastnosti má lambertovský povrch?
  - K čemu se zjednodušení odrazivostních vlastností daných lambertovským modelem používá? Uveďte alespoň dva příklady použití.
27. Co řeší v radiometrii rovnice ozáření? Zkuste úlohu formulovat (asi Vám pomůže, když si nakreslíte obrázek a označíte v něm veličiny) a naznačit myšlenky odvození (vzorce nejsou nezbytně nutné).
28. Vysvětlete pojem paletový barevný obrázek. K čemu a proč se barevné paletové obrázky používají?
29. Charakterizujte, co je barva. Souhrou jakých tří jevů vzniká u člověka barevný vjem.
30. Proč vidíme některé objekty barevně? Uvažujte např. jednu čerstvě ustřiženou červenou růži. Vysvětlete, proč vidíme stoněk zeleně a květ červeně.
31. Když charakterizujeme barvu z fyzikálního hlediska, představujeme si viditelnou část barevného spektra vlnových délek elektromagnetického záření získaného např. rozkladem bílého světla pomocí hranolu (pokus I. Newtona). Napište rozsah vlnových délek (od do) v nanometrech [nm], které lidské oko vidí. Uveďte čtyři barvy viditelného spektra uspořádané vzestupně podle jejich vlnových délek. (Nápověda: vzpomeňte si na barvy v duze).
32. Jaké senzory jsou v lidském oku pro barevné vidění? Nakreslete zhruba citlivost jednotlivých senzorů grafem, kde na vodorovné ose bude vlnová délka kvantifikovaná v nanometrech [nm] a na svislé ose relativní citlivost v rozshu od 0 do 1.
33. Vysvětlete, co je barevný metamerismus. Jaký je jeho význam pro vnímání barev člověkem.
34. Co je barevný prostor? Jak je definován? Uvažujte pro jednoduchost barevný prostor barevných senzorů v lidském oku.
35. Jak a proč vznikl barevný prostor CIE XYZ? Vysvětlete, co je barevný trojúhelník a nakreslete ho. Jaký je význam souřadných os barevného trojúhelníka  $x$ ,  $y$ ? Co jsou spektrální barvy a kde jsou umístěny v barevném trojúhelníku?
36. Co znamená barevný rozsah určitého snímacího nebo zobrazovacího zařízení? Jak barevný rozsah souvisí s barevným trojúhelníkem? Srovnajte barevný rozsah kvalitního barevného filmu a rozsah levné barevné počítačové tiskárny.
37. Charakterizujte předzpracování obrazu. Co je vstupem a výstupem předzpracování obrazu. K čemu předzpracování obrazu slouží? Uveďte tři příklady použití metod předzpracování.
38. Charakterizujte dvojrozměrnou konvoluci. K čemu se dvojrozměrná konvoluce používá v digitálním zpracování obrazu?
39. Zapište vztah pro vyhlazování histogramu  $h_i$ ,  $i = 0, \dots, 255$  pomocí klouzavého průměru pro okno o šířce  $2K + 1$  s reprezentativní hodnotou okna uprostřed.
40. Jakými metodami předzpracování obrazu zvýšíte kontrast obrazu pro pozorovatele, máte-li k dispozici právě tento jediný obraz. Uveďte alespoň dvě možnosti.
41. Napište definiční vztah pro přímou a inverzní jednorozměrnou Fourierovu transformaci. Vyjádřete neformálně princip a význam Fourierovy transformace.
42. Jaká je asymptotická výpočetní složitost jednorozměrné Fourierovy transformace. Použijte značení ‘velké  $\mathcal{O}$ ’ v závislosti na délce  $n$  vstupního diskrétního signálu (posloupnosti).
43. Vysvětlete, co je dvojrozměrná Fourierova transformace, její rozdíl od jednorozměrné (můžete definičním vzorcem nebo neformálně) a jak se používá ve zpracování obrazu.
44. Vztah mezi šířkou frekvenčního spektra ve Fourierově transformaci a dobou trvání jednorozměrného signálu je dán (Heisenbergovým) principem nejistoty. Formulujte neformálně princip a vysvětlete jeho význam pro frekvenční analýzu ve zpracování signálů (obrazů).

45. Fourierova transformace je definována pro periodické signály. Mnohé praktické signály, s nimiž běžně pracujeme, jsou neperiodické. Nazvěte a neformálně vysvětlete dva přístupy, které se zde obvykle používají.
46. Vyjádřete větu o konvoluci, tj. jak je konvoluce vyjádřena ve Fourierově transformaci. Pro jednoduchost uvažujte jednorozměrný případ.
47. Jaká je výpočetní složitost diskrétní Fourierovy transformace pro dvojrozměrný obraz o velikosti  $N \times N$  pokud byste v algoritmu použili přímo definiční vztah? Připomínám, že asymptotický odhad algoritmické složitosti se zapisuje formou  $\mathcal{O}(\cdot)$ , kde se v argumentu v našem případě bude vyskytovat výraz obsahující  $N$ . Na multiplikatívni a aditivní konstanty se nebude brát zřetel.
48. K urychlení diskrétní Fourierovy transformace byl před více než padesáti lety navržen algoritmus rychlé Fourierovy transformace (FFT). Jaký je jeho princip? Jsou nějaká omezení na velikost vstupního 2D obrazu?
49. Jaká je algoritmická složitost algoritmu FFT pro dvojrozměrný obraz o velikosti  $N \times N$ ?
50. Formulujte Shannonovu (též Nyquistovu, Kotelnikovu) větu o vzorkování pro jednodušší případ jednorozměrného signálu. Vysvětlete (stačí neformálně, obrázek pomůže), jak se věta o vzorkování dokazuje (náповěda: frekvenční spektra).
51. Proč analogové televizní normy jako evropská PAL nebo americká, japonská NTSC používají prokládané řádkování?
52. (a) Televizní signál o 50 pulsnímecích za sekundu je vzorkován do matice  $500 \times 500$  pixelů ve 256 jasových úrovních. Vypočtete nejmenší vzorkovací frekvenci (v kHz), kterou musí být signál v digitalizační kartě (angl. frame grabber) vzorkován?
- (b) Jak se jmenuje věta, podle které jste výpočet realizovali? Naznačte myšlenku jejího odvození (stačí úvaha, vzorce nejsou nezbytně nutné).

53.



Na obrázku je vlevo uveden vstupní intenzitní obraz a vpravo jeho Fourierovo frekvenční spektrum vyjádřeno jako intenzitní obraz - tmavé pixely odpovídají vysokým spektrálním hodnotám. Ve spektru jsou patrné dva tmavé kříže. První výraznější se kryje se svislým a vodorovným směrem. Druhý méně výrazný kříž je proti výraznému kříži mírně pootočen proti směru hodinových ručiček. Vysvětlete, jakým jevům v intenzitním obrázku kříže odpovídají.

54. Proč se lineární ortogonální integrální transformace s výhodou používají pro reprezentaci signálů a obrazů (např. Fourierova, kosínová, metoda hlavních směrů)?
55. Připusťme, že chceme obnovit obraz zkreslený např. rozmazáním pohybem metodami restaurace obrazu. Necht je degradace modelována konvolucí známou funkcí  $H(u, v)$ , kde  $u, v$  jsou prostorové frekvence ve Fourierově transformaci. Za předpokladu, že umíme odhadnout statistické vlastnosti aditivního sumu lze pro obnovení obrazu použít inverzní nebo Wienerův filtr. Formulujte obě metody, vysvětlete neformálně jejich princip a diskutujte podmínky pro jejich praktické použití.
56. • Vysvětlete princip Wienerova filtru (stačí slovně). Jaké charakteristiky šumu a signálu musí být odhadnutelné, abychom mohli Wienerův filtr použít?
- Je Wienerův filtr lineární?

- Necht  $N(u, v)$  je Fourierův obraz aditivního šumu. Inverzní filtr, který je speciálním případem Wienerova filtru, restauruje vstupní degradovaný obraz  $G(u, v)$  podle vztahu

$$F(u, v) = G(u, v)H^{-1}(u, v) - N(u, v)H^{-1}(u, v) .$$

Člen odečítaný na pravé straně rovnice způsobuje problémy, které nakonec v mnoha praktických případech nutí k použití obecnějšího Wienerova filtru. Vysvětlete, o jaké problémy se jedná.

- Metody obnovení (restaurace) obrazu pro specifické degradace (např. rozmazání pohybem, rozostření objektivu, turbulenci atmosféry) a aditivní šum se opírají o model poruchy popsateľný lineární integrální transformací. Porucha je vyjádřena jako konvoluční jádro  $h(x, y)$  pokrývající celý obrázek, kde  $x, y$  jsou souřadnice v obraze. Po převodu do prostoru frekvencí Fourierovu transformací poruše odpovídá filtr  $H(u, v)$ , kde  $u, v$  jsou prostorové frekvence. Necht je  $G(u, v)$  Fourierův obraz pozorovatelného obrazu zatíženého poruchami. Necht je  $F(u, v)$  je odhad obrazu bez poruch, který se má obnovením získat. Necht  $\nu(x, y)$  je aditivní šum statisticky nezávislý na obraze a jeho frekvenční spektrum je  $N(u, v)$ .
  - Napište vztah pro výpočet  $F(u, v)$  inverzní filtrací ve frekvenční oblasti. (b) Za určitých podmínek je s inverzní filtrací potíž. Za jaké situace nelze přímo použít inverzní filtraci a použije se složitější statistická Wienerova filtrace?
- Roztřídte metody předzpracování obrazu do čtyř skupin podle velikosti zpracovávaného okolí právě zpracovávaného pixelu. U každé skupiny uveďte alespoň jeden příklad.
- Vysvětlete princip jasových korekcí (obvykle se používají k odstranění systematických vad při snímání obrazu), když se uvažuje multiplikativní model poruchy. Vyjádřete matematicky.
- Pro vyjádření afinních geometrických transformací obrazu se s výhodou využívají homogenní souřadnice. Vysvětlete, co jsou homogenní souřadnice. Jakou výhodu pro vyjádření afinních geometrických transformací přinášejí. (nápoředa: vzpomeňte si na jazyk pro popis stránky PostScript).
- Vysvětlete myšlenku ekvalizace histogramu. K čemu se ekvalizace histogramu používá ve zpracování obrazu?
- Vysvětlete, proč ekvalizovaný histogram diskretního obrazu není obvykle plochý? V ideálním případě bychom to očekávali.
- Obecně formulovaná transformace jasové stupnice  $T$  nahradí vstupní jas  $p$  novým jasnem  $q = T(p)$ . Předpokládejme obvyklý 8 bitový šedotónový obraz. Bude počet jasových úrovní ve výstupním obraze vždy stejný, jako ve vstupním obraze? Vysvětlete a uveďte příklady.
- Uvažujte šedotónový obrázek. Ekvalizace histogramu se využívá pro zvýšení kontrastu lepším využitím jasové stupnice. Zvyšuje ekvalizace histogramu množství informace v obraze, pokud bychom množství informace měřili Shannonovou entropií? Vysvětlete a uveďte příklady.
- Necht je geometrická transformace (zahrnující změnu měřítka, rotaci, posun a zkosení) v rovině popsána afinním vztahem

$$\begin{aligned} x' &= a_0 + a_1x + a_2y , \\ y' &= b_0 + b_1x + b_2y . \end{aligned} \tag{1}$$

- Kolik nejméně vlčovacích bodů potřebujete znát, chcete-li spočítat koeficienty afinní transformace (1).
  - V praxi se obvykle použije více vlčovacích bodů, což bude odpovídat přeřčené soustavě rovnic (1). Proč se používá nadbytečný počet vlčovacích bodů?
  - Jakou metodou se obvykle přeřčená soustava rovnic řeší?
- Při geometrických transformacích diskretních obrazů je nutné aproximovat hodnotu obrazové funkce  $f(x, y)$ . Proč? Uveďte alespoň dvě metody pro takovou aproximaci (nejlépe obrázkem, vzorcem ...).
  - Vysvětlete princip interpolace jasu po geometrické transformaci metodou nejbližšího souseda a lineární interpolací.

68. Uvažujte filtraci náhodného aditivního šumu v obraze. Odhad správné hodnoty se může počítat jako aritmetický průměr  $n$  zašuměných hodnot. Kolikrát se po filtraci zmenší hodnota šumu vyjádřená směrodatnou odchylkou  $\sigma$ ? Vysvětlete, jaký je statistický princip poklesu šumu (nápopověda: centrální limitní věta).
69. Lze filtrovat šum v obraze obyčejným průměrováním z např. 21 vzorků, aniž by byl obraz po filtraci rozmazaný? Pokud ano, jak?
70. Obrázek sejmutý běžnou analogovou CCD kamerou v nižší cenové hladině bývá zatížen šumem, který lze zhruba modelovat jako aditivní a statisticky nezávislý na signálu. Jeho příčinou je částečně tepelný šum na čipu, fluktuace v polovodiči, indukované rušivé signály na kabelu, útlum vysokých frekvencí v kabelu, atd. Některé vlivy potlačují a jiné zdůrazňují vysoké frekvence. V praxi se tento šum často odstraňuje lineární filtrací. Jeden z těchto vlivů je ovšem obvykle dominantní. Který to bude? Odstraní se poruchy filtrem typu (a) horní propust nebo (b) dolní propust? (vyberte jednu z možností)

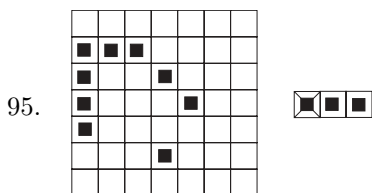
71.

1	0	0	15	15
0	1	0	15	14
0	1	1	4	15
1	0	0	15	15
2	3	0	15	14

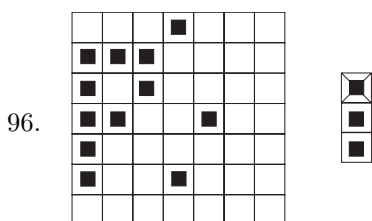
Na obrázku je výřez obrazové funkce. Tučně je ohraničeno okolí, ve kterém se má vypočítat filtrovaná hodnota, tj. filtrační maska. Vypočtete filtrované hodnoty (a) při vyhlazování obyčejným průměrováním a (b) mediánovou filtrací pro právě zpracovávaný pixel ležící ve středu filtrační masky.

72. Uvažujte filtraci šumu v obraze realizovanou konvolucí s maskou rozměru  $11 \times 11$ , která aproximuje gaussovský filtr. Jedná se o lineární operaci? Zkuste své rozhodnutí matematicky zdůvodnit.
73. Použití rekurzivních filtrů (IIR, nekonečná impulsní odezva) přináší pro 2D obrazy problémy, které se u 1D signálů nevyskytují. Proto se rekurzivní filtry pro obrazy téměř nepoužívají. Vysvětlete, co je příčinou problémů? (nápopověda: kauzalita).
74. Z jakého důvodu se používají separabilní filtry při lokální lineární filtraci obrazu? Ukažte základní myšlenku separabilních filtrů. Jaké podmínky musí splňovat filtr, aby mohl být realizován jako separabilní?
75. Jakými metodami předzpracování obrazu zvýšíte kontrast obrazu pro pozorovatele, máte-li k dispozici právě tento jediný obraz. Uveďte alespoň dvě možnosti.
76. Co je a jak se matematicky popisuje hrana v obrazové funkci  $f(x, y)$ ? Definiční vzorec pro hranu uveďte pro spojitý i digitalizovaný obraz.
77. Co je to hranový element (angl. edgel)? K čemu se v analýze obrazů hranový element používá?
78. Pro hledání hran v obrazové funkci  $f(x, y)$  se někdy používá Laplaceův operátor  $\nabla^2 f(x, y)$ . Napište vzorec, kterým je definován pro spojitou obrazovou funkci  $f(x, y)$ . Jsou vlastnosti Laplaceova operátoru směrově závislé?
79. Jakou výhodu přináší určování polohy hrany jako průchodu druhé derivace obrazové funkce nulovou hladinou? Napište, v jakých hranových detektorech se této výhody využívá a jak.
80. Marrův přístup k detekci hran využívá hledání průchodu druhé derivace obrazové funkce nulou. Při výpočtu derivace se s výhodou pro potlačení vlivu šumu používá konvoluce (rozmazání) gaussovským filtrem  $g$ . Druhá derivace takové operace nechť je označena  $\nabla^2 d = \nabla^2(f * g) = \nabla^2 f * g = \dots$ . Metoda využívá vtipný trik (obejde derivaci obrazové funkce  $f$ ). Prosím, abyste ho použili a pokračovali v předchozím odvození.  
Díky jakým vlastnostem použitých operací lze trik použít?
81. Představte si, že máte k dispozici již sejmutý digitální obraz. Vysvětlete princip ostření obrazu (nepřítám se globální úpravu jasové stupnice podle histogramu). Co je cílem ostření? V jakých situacích se ostření používá?

82. Komprese dat (včetně obrazů) se může opírat o snížení redundance dat a případně o snížení irelevance dat. Vysvětlete oba pojmy. Uveďte příklad na snížení redundance a snížení irelevance v kompresi obrazů.
83. Vysvětlete, co je ztrátová a co bezztrátová komprese obrazu s využitím pojmů redundance a irelevance dat.
84. Pro stanovení redundance při kompresi obrazových dat se používá Shannoova (též informační) entropie. Uvažujte monochromatický obraz s histogramem  $h(i)$ ,  $i = 1 \dots 255$ . Vypočtěte odhad entropie. Jak spočtete redundanci, když je každý pixel obrazu reprezentován  $n$  bity?
85. Pro odstranění redundance při kódování v kompresi dat se používá Huffmanovo kódování. Uveďte jeho myšlenku. Je Huffmanovo kódování optimální? Za jakých podmínek? K čemu se používá?
86. Při kompresi dat se pro odstranění redundance v kódování používá Huffmanovo kódování, které je za určitých podmínek optimální. Za jakých podmínek? Metodu kódování lze ještě vylepšit, když se místo Huffmanova kódování použije aritmetické kódování. Jak se musí podmínky změnit? Čím se aritmetické kódování liší od Huffmanova kódování?
87. (a) Vysvětlete princip dnes hojně používané ztrátové metody komprese obrazu podle standardu JPEG?  
 (b) Při velkých kompresních poměrech jsou ve výsledku patrné čtverečky rozměru  $8 \times 8$ . Čím je tento tzv. blokový efekt způsoben? Proč se k takovému řešení přistoupilo?
88. Jaký je rozdíl mezi ztrátovými a bezztrátovými metodami komprese obrazu? Uveďte princip ztrátových i bezztrátových metod. Uveďte jeden příklad bezztrátové a ztrátové komprese.
89. Metody komprese se používají i pro jednorozměrné signály. I obraz je možné reprezentovat jako jednorozměrný signál, což například uděláme, když obraz 'zazipujeme' (použije se algoritmus LZW pracující se slovníkem). U kompresních metod specializovaných na obrazy můžeme dosáhnout vyšší komprese. Proč? Pro vysvětlení použijte pojem redundance dat. (Odpověď dává také odpověď na přirozenou otázku: Čím se liší komprese obrázků od komprese signálů).
90. Definujte kompresní poměr dvěma způsoby, a to na základě redundance a na základě úspory paměti.
91. Vysvětlete princip ztrátové komprese obrázků pomocí lineárních integrálních transformací. Vyjmenujte dvě takové metody a naznačte jejich princip.  
 Proč se pro obrazy používají jiné metody komprese než pro posloupnosti?
92. Komprese JPEG se využívá kosinovou transformaci. Necht' má obraz  $n$  řádků a  $n$  sloupců. Jaká je časová výpočetní složitost kosinové transformace z definice a v rychlé algoritnické úpravě pro tento obraz (její princip se shoduje s FFT)? (Pro zápis složitosti použijte formalismus  $\mathcal{O}(\cdot)$ ).
93. Je eroze binárního obrázku komutativní operací? Proč (vyjděte z jedné z definic eroze)?
94. Napište vztah pro erozi binárních obrazů. Na co se eroze používá?



Příklad na binární matematickou morfologii. Na levém obrázku je bodová množina  $A$  a na pravém strukturní element  $B$ , jehož reprezentativní bod je označen křížkem. Nakreslete výsledek dilatace  $A \oplus B$ .



Příklad na binární matematickou morfologii. Na levém obrázku je bodová množina  $A$  a na pravém strukturní element  $B$ , jehož reprezentativní bod je označen křížkem. Nakreslete výsledek eroze  $A \ominus B$ .

97. Vysvětlete, co znamená, když se o operaci říká, že je idempotentní. K čemu se idempotentnosti využívá v matematické morfologii?
98. Co je to idempotentnost? Je uzavření (operace matematické morfologie) idempotentní?
99. Uvažujte spojitou obrazovou funkci (spojitý definiční obor). Nakreslete kostru oblasti odpovídající vnitřku rovnostranného trojúhelníka. O kostře (skeletu) jsme se učili v matematické morfologii.
100. Uvažujte spojitou obrazovou funkci (spojitý definiční obor). Nakreslete kostru vnitřku dvou kruhů stejného průměru, které se právě dotýkají. O kostře (skeletu) jsme se učili v matematické morfologii.