Kalibrace kamery ze (známých) rotací

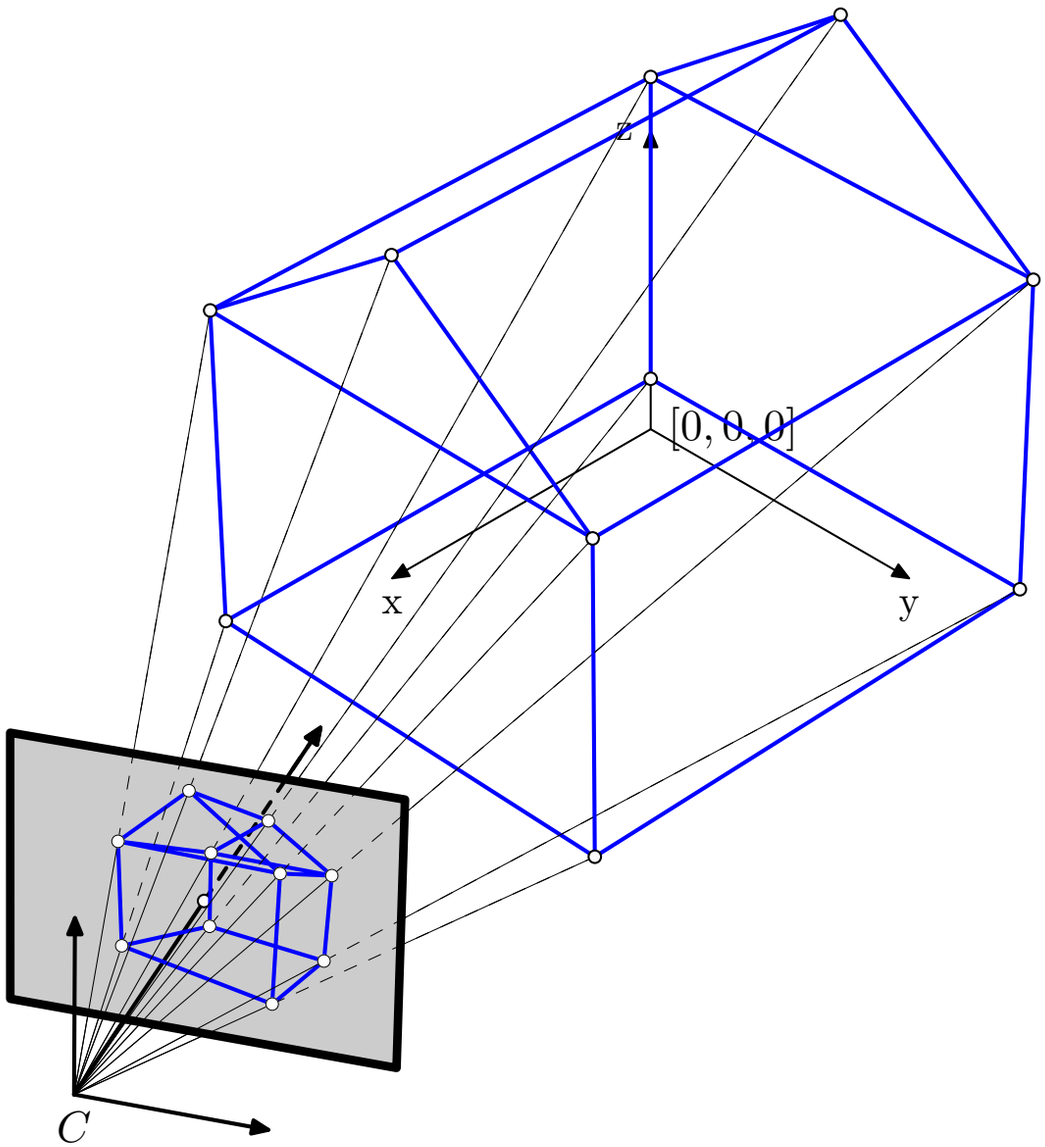
Tomáš Svoboda, svoboda@cmp.felk.cvut.cz
ČVUT FEL, K133, Centrum strojového vnímání
http://cmp.felk.cvut.cz

Poslední aktualizace: 4. ledna 2009

Osnova

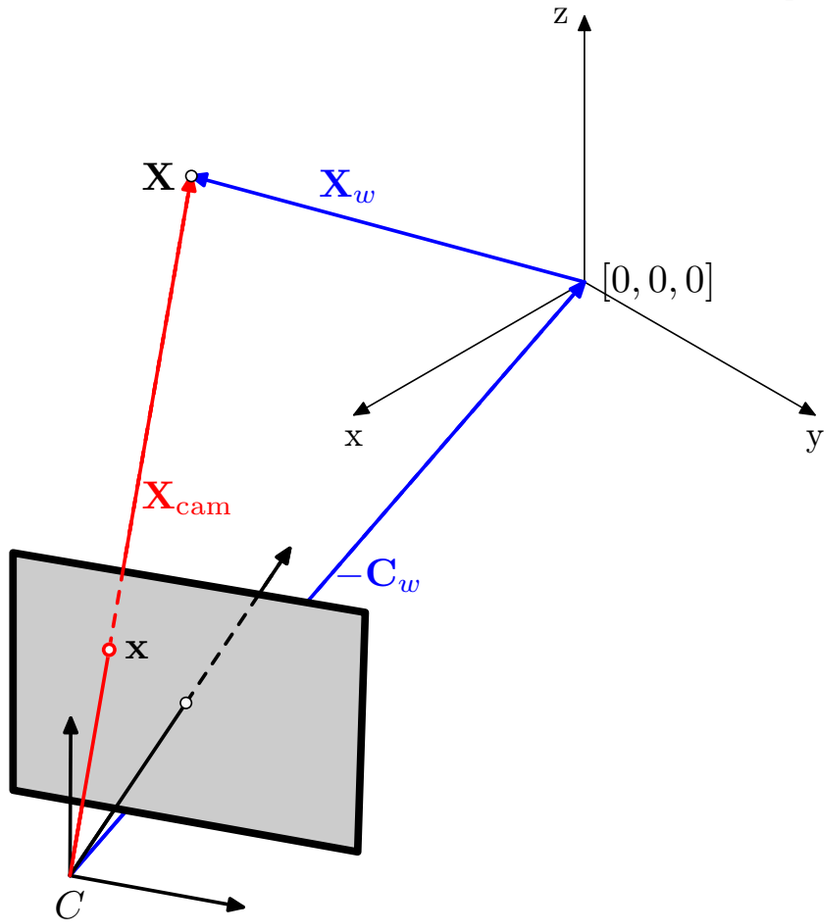
- definice problému a porozumění základní geometrii
- obecné odvození
- co se známou rotací
- jak zkontrolovat

Připomenutí modelu dírkové kamery

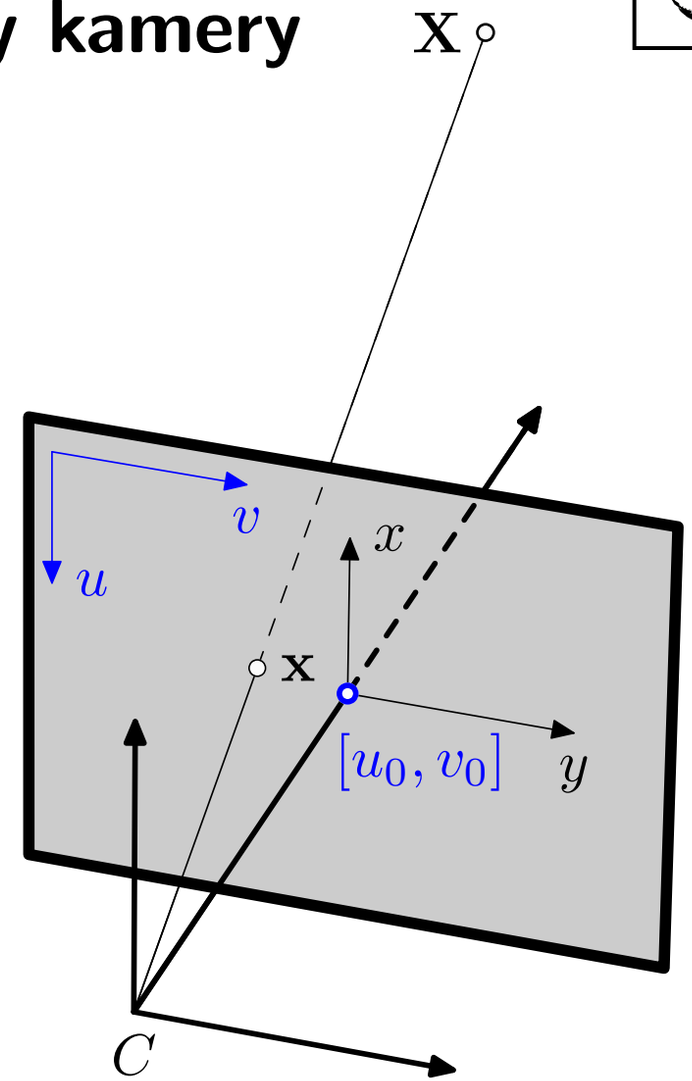


Jak se svět, resp. jeho metrické veličiny, zobrazují v pixelech

Externí a vnitřní parametry kamery

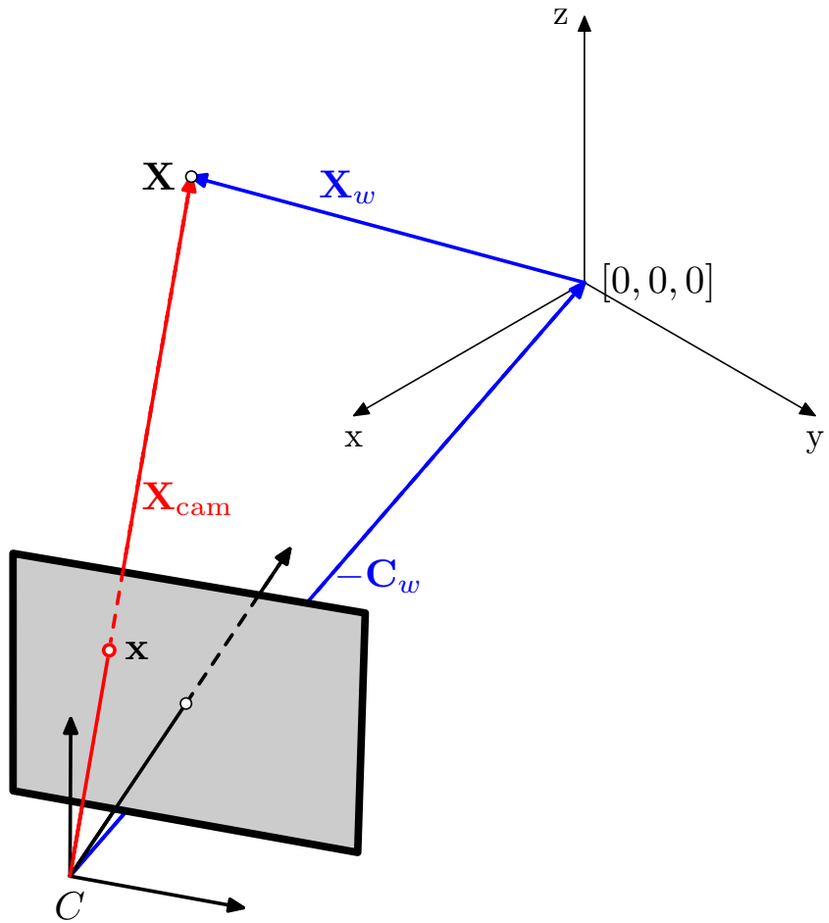


Zobrazení 3D bodu ve světových metrických souřadnicích $\mathbf{X}_w$ do metrických 2D souřadnic $\mathbf{x}$.

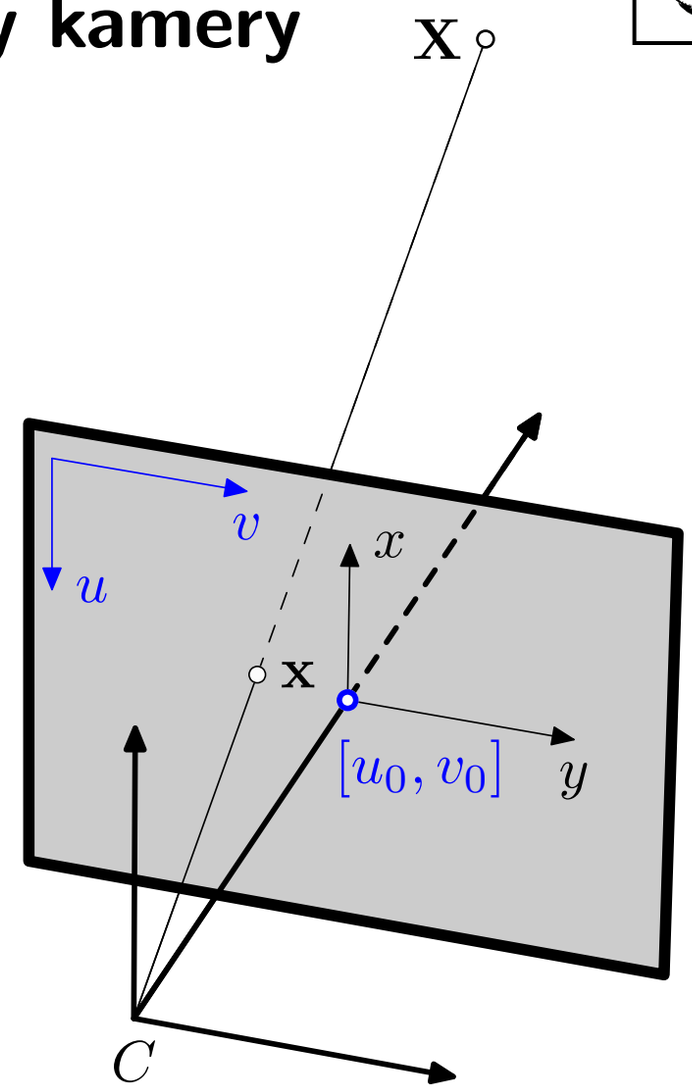


Transformace 2D metrických souřadnic $\mathbf{x}$ do souřadnic v pixelech $\mathbf{u}$.

Externí a vnitřní parametry kamery



Zobrazení 3D bodu ve světových metrických souřadnicích $\mathbf{X}_w$ do metrických 2D souřadnic $\mathbf{x}$.



Transformace 2D metrických souřadnic $\mathbf{x}$ do souřadnic v pixelech $\mathbf{u}$.

Kalibraci obvykle potřebujeme pro inverzní proces. Tedy chceme spočítat metrické 3D souřadnice z pozorování v pixelech.

Rovnice

z 3D světa do obrazové roviny: $\begin{bmatrix} \lambda x \\ \lambda y \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathtt{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \mathbf{X}_{[4\times 1]}$

Rovnice

z 3D světa do obrazové roviny: $$\begin{bmatrix} \lambda x \\ \lambda y \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathtt{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \mathbf{X}_{[4\times 1]}$$

z normalizované roviny do pixelů: $$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_u & s & u_0 \\ 0 & m_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rovnice

z 3D světa do obrazové roviny: $\begin{bmatrix} \lambda x \\ \lambda y \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathtt{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \mathbf{X}_{[4\times 1]}$

z normalizované roviny do pixelů: $\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_u & s & u_0 \\ 0 & m_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$

spojíme dohromady: $\frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -fm_u & s & u_0 \\ 0 & fm_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathtt{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \mathbf{X}$

Rovnice

z 3D světa do obrazové roviny: $\begin{bmatrix} \lambda x \\ \lambda y \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathtt{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \mathbf{X}_{[4\times 1]}$

z normalizované roviny do pixelů: $\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_u & s & u_0 \\ 0 & m_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$

spojíme dohromady: $\frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -fm_u & s & u_0 \\ 0 & fm_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathtt{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \mathbf{X}$

konečně: $\mathbf{u} \simeq \mathtt{K} \begin{bmatrix} \mathtt{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \mathbf{X}$

s pomocí 3×4 projekční matice kamery $\mathtt{P}$: $\boxed{\mathbf{u} \simeq \mathtt{P}\mathbf{X}}$

Kalibrace

$$\mathbf{u} \simeq \mathtt{K} \begin{bmatrix} \mathtt{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \mathbf{X}$$

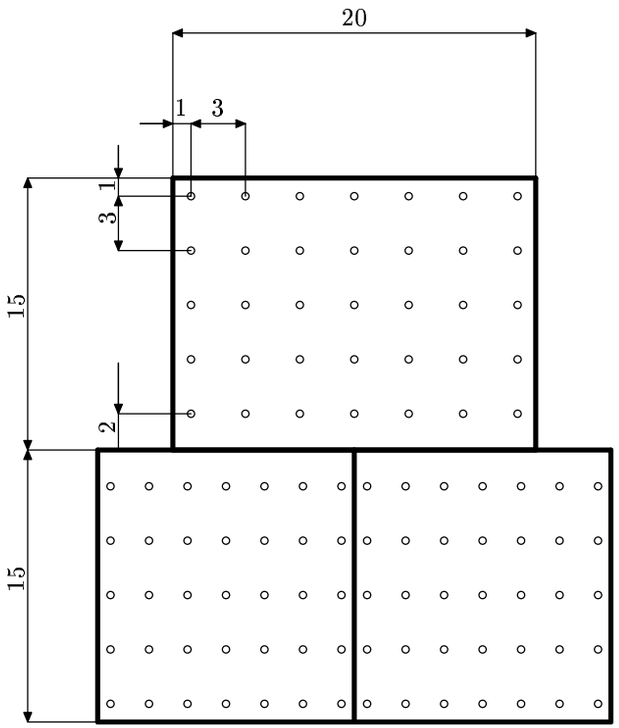
Úplnou kalibrací rozumíme výpočet externích $\mathtt{R}$, $\mathbf{t}$ i vnitřních $\mathtt{K}$ parametrů.

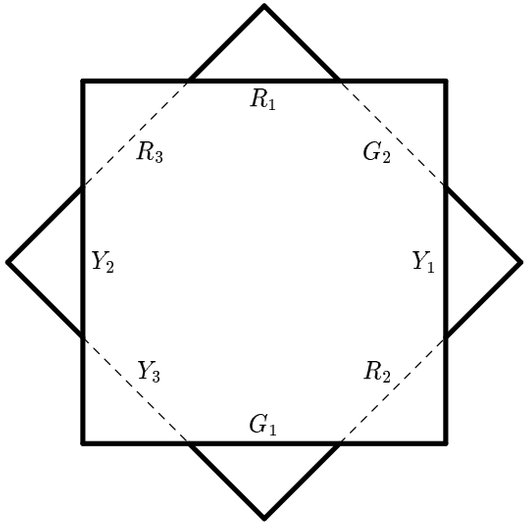
Kalibrace z pomocí kalibračního objektu

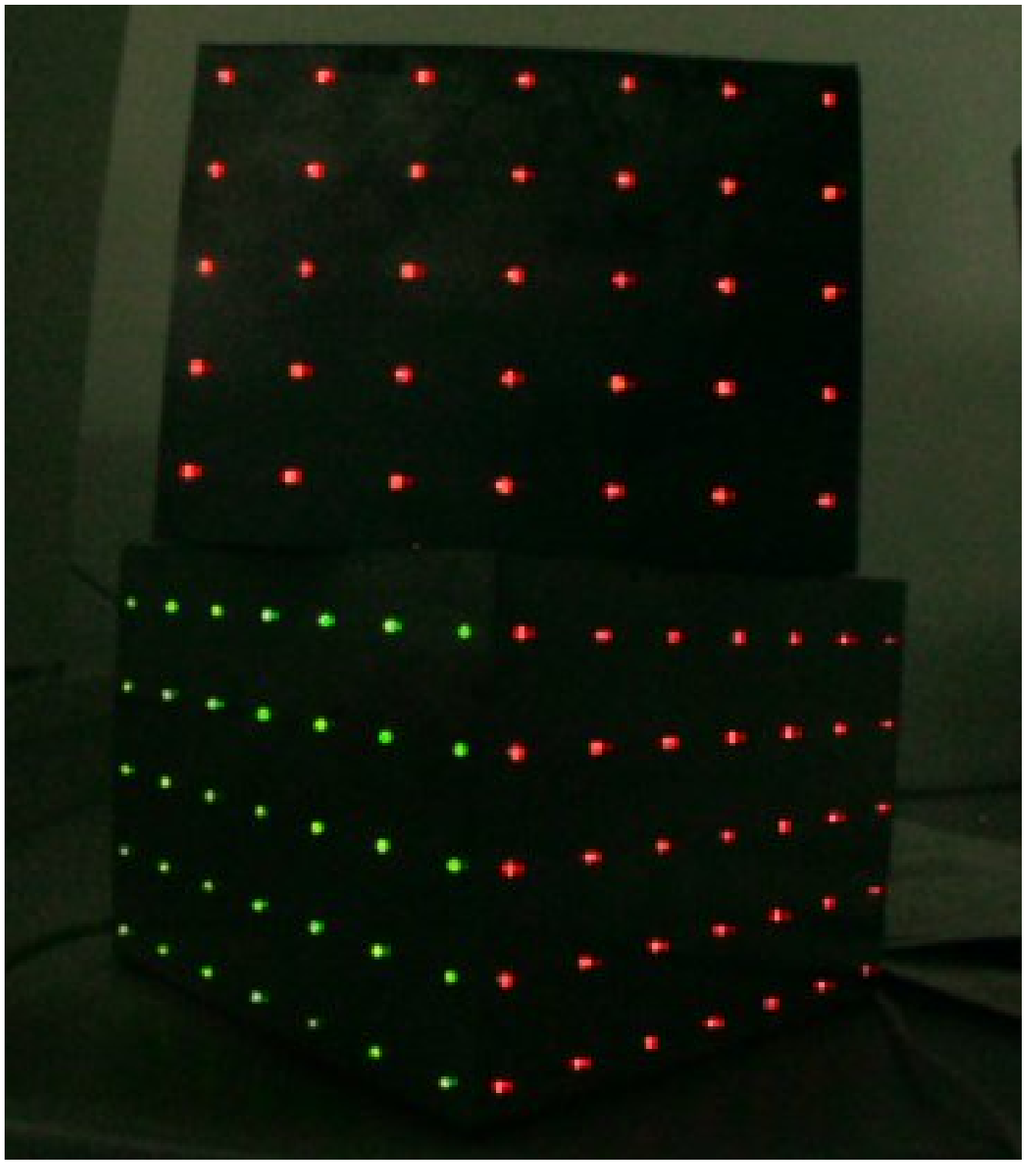
$$\mathbf{u} \simeq \mathtt{P}\mathbf{X}$$

Známe dostatečné množství $\mathbf{X}_i$ a jejich korespondujících projekcí $\mathbf{u}_i$. Vypočteme $\mathtt{P}$ a případně dekomponujeme na jednotlivé paramtery pomocí maticových operací.

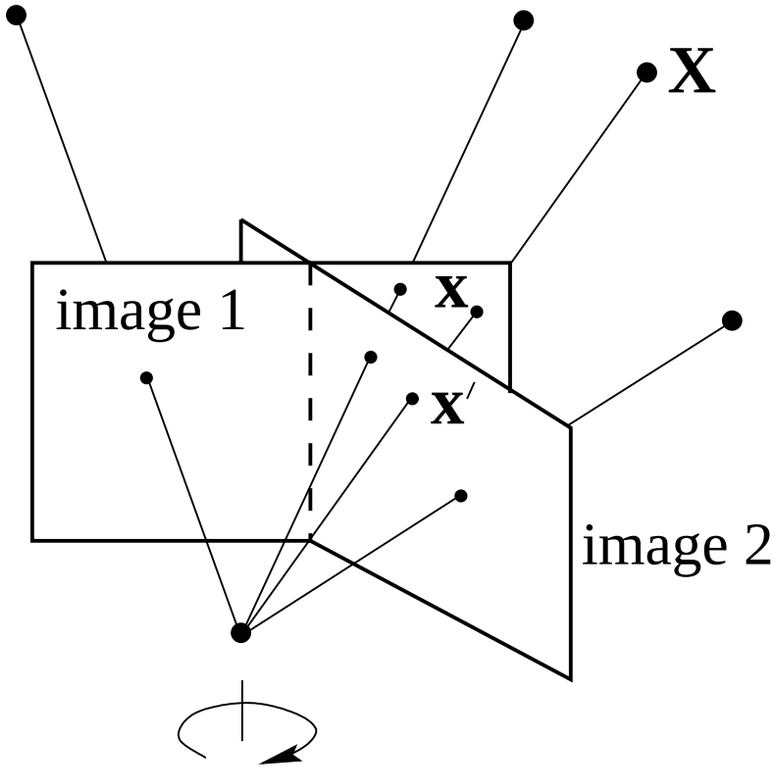
Kalibrace s pomocí kalibračního objektu







Rotace kamery kolem svého středu



Rovnice

Pro libovolnou kameru i a libovolný bod j platí:

$$\lambda_j^i \mathbf{u}_j^i = \mathtt{K}^i [\mathtt{R}^i | \mathbf{t}^i] \mathbf{X}_j$$

Známý trik! Považujem souřadnicový systém kamery $i = 1$ z světové souřadnice. Transformační parametry $\mathtt{R}_i, \mathbf{t}_i$ pro $i \neq 1$ jsou tedy relativní ke kameře 1.

Rovnice

Pro libovolnou kameru i a libovolný bod j platí:

$$\lambda_j^i \mathbf{u}_j^i = \mathtt{K}^i[\mathtt{R}^i|\mathbf{t}^i]\mathbf{X}_j$$

Známý trik! Považujem souřadnicový systém kamery $i = 1$ z světové souřadnice. Transformační parametry $\mathtt{R}_i, \mathbf{t}_i$ pro $i \neq 1$ jsou tedy relativní ke kameře 1.

Kamera pouze rotuje kolem svého středu, tedy $\mathbf{t}_i = 0$. Pro projekce tedy platí (vynechme index bodů pro zjednodušení)

$$\begin{aligned} \lambda_j^1 \mathbf{u}_j^1 &= \mathtt{K}^1[\mathtt{I}|\mathbf{0}]\mathbf{X}_j \\ \lambda_j^i \mathbf{u}_j^i &= \mathtt{K}^i[\mathtt{R}^i|\mathbf{0}]\mathbf{X}_j \end{aligned}$$

$$\lambda_j^1 \mathbf{u}_j^1 = \mathtt{K}^1[\mathtt{I}|\mathbf{0}]\mathbf{X}_j \quad \text{a} \quad \lambda_j^i \mathbf{u}_j^i = \mathtt{K}^i[\mathtt{R}^i|\mathbf{0}]\mathbf{X}_j$$

Vidíme, že nám stačí uvažovat pouze 3 souřadnice $\mathbf{X}$. Projekční rovnice tak zjednodušíme na:

$$\lambda_j^1 \mathbf{u}_j^1 = \mathtt{K}^1\mathbf{X}_j \quad \text{a} \quad \lambda_j^i \mathbf{u}_j^i = \mathtt{K}^i\mathtt{R}^i\mathbf{X}_j$$

Z levé rovnice vyjádříme $\mathbf{X}_j = \lambda_j^1 \mathtt{K}^{1^{-1}} \mathbf{u}_j^1$ a dosadíme do pravé rovnice:

$$\lambda_j^i \mathbf{u}_j^i = \mathtt{K}^i\mathtt{R}^i \lambda_j^1 \mathtt{K}^{1^{-1}} \mathbf{u}_j^1$$

Zjednodušme nyní pro další odvození notaci. Nepotřebujeme index j, rovnice platí pro libovolný bod a index kamer přesuneme dolu. Neznámé skalární násobky λ_j^i můžeme sjednotit do jednoho

$$\mathbf{u}_i = \underbrace{\lambda \mathtt{K}_i \mathtt{R}_i \mathtt{K}_1^{-1}}_{\mathtt{H}_{i,1}} \mathbf{u}_1$$

Vidíme nám již známou rovnici pro homografii, 2D projektivní transformaci. Tu umíme spočítat z minimálně 4 korespondujících bodů.

Neznámá rotace

$$
\begin{aligned}
\mathtt{H}_{i,1} &= \lambda \mathtt{K}_i \mathtt{R}_i \mathtt{K}_1^{-1} \\
\mathtt{H}_{i,1}\mathtt{K}_1 &= \lambda \mathtt{K}_i \mathtt{R}_i \\
\mathtt{K}_i^{-1}\mathtt{H}_{i,1}\mathtt{K}_1 &= \lambda \mathtt{R}_i
\end{aligned}
$$

Malý trik: $\mathtt{R}_i\mathtt{R}_i^\top = \mathtt{I}_{[3\times 3]}$ pro libovolnou rotační matici, SO(3) grupa[1]. Tedy platí

$$
\begin{aligned}
\mathtt{K}_i^{-1}\mathtt{H}_{i,1}\mathtt{K}_1\mathtt{K}_1^\top\mathtt{H}_{i,j}^\top\mathtt{K}_i^{-\top} &= \lambda \mathtt{I}_{[3\times 3]} \\
\mathtt{H}_{i,1}\mathtt{K}_1\mathtt{K}_1^\top\mathtt{H}_{i,j}^\top &= \lambda \mathtt{K}_i\mathtt{K}_i^\top
\end{aligned}
$$

Matice $\mathtt{K}_i\mathtt{K}_i^\top$ je symetrická reálná. Vidíme, že z rovnic zmizela rotační matice. Výše uvedený problém je řešitelný i pro neznámou rotaci. Vstupem do kalibrační procedury jsou tedy pouze $\mathtt{H}_{1,i}$ vypočtené z korespondujících bodů. Více v [2, 3, 5].

My se soustředíme na formulaci problému, když rotační matice $\mathtt{R}_i$ známe.

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/SO(3)

Známá rotace $\mathtt{R}_i$

Uvažujme konstantní vnitřní parametry, tedy $\mathtt{K}_i = \mathtt{K}$

Rovnici $\mathtt{H}_{i,1} = \lambda \mathtt{K} \mathtt{R}_i \mathtt{K}^{-1}$ upravíme

$$\mathtt{H}_{i,1} \mathtt{K} = \lambda \mathtt{K} \mathtt{R}_i$$

Hledané parametry matice $\mathtt{K}$ nalezneme vyřešením problému

$$\mathtt{K} \mathtt{R}_i - \lambda \mathtt{H}_{i,1} \mathtt{K} = \mathtt{0}_{[3\times 3]}$$

dále viz odvození na tabuli a symbolický výpočet v Matlabu

References

Výklad kalibrace z rotací kamery byl v některých ohledech zjednodušen pro lepší pochopení a konkretizován pro naše potřeby. Úplnější popis lze nalézt v [2], též [3, v kapitole o autokalibraci]. Téma dále prohlubují i novější články [1] pro případ známých rotací a [5], který diskutuje problém chyby vnesené nenulovou rotací. V přednášce byl pro kreslení náčrtků použit program MetaPost [4]. Výklad geometrie byl inspirován kapitolou 2 knihy [3].

[1] Jan-Michael Frahm and Reinhard Koch. Camera calibration with known rotations. In IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), 2003.

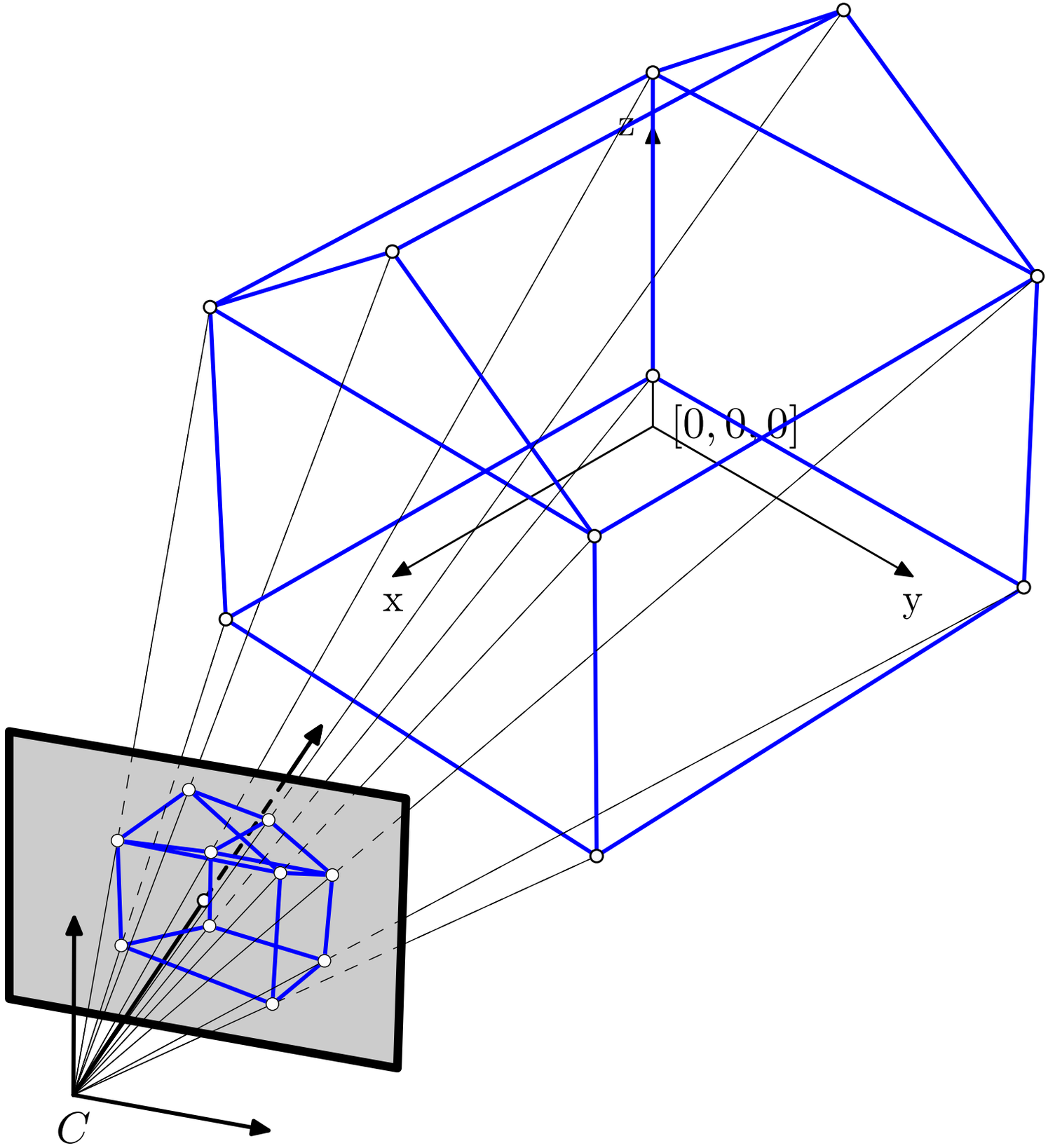
[2] Richard Hartley. Self-calibration from multiple views with a rotating camera. In European Conference on Computer Vision, (ECCV), pages 471–478, 1994.

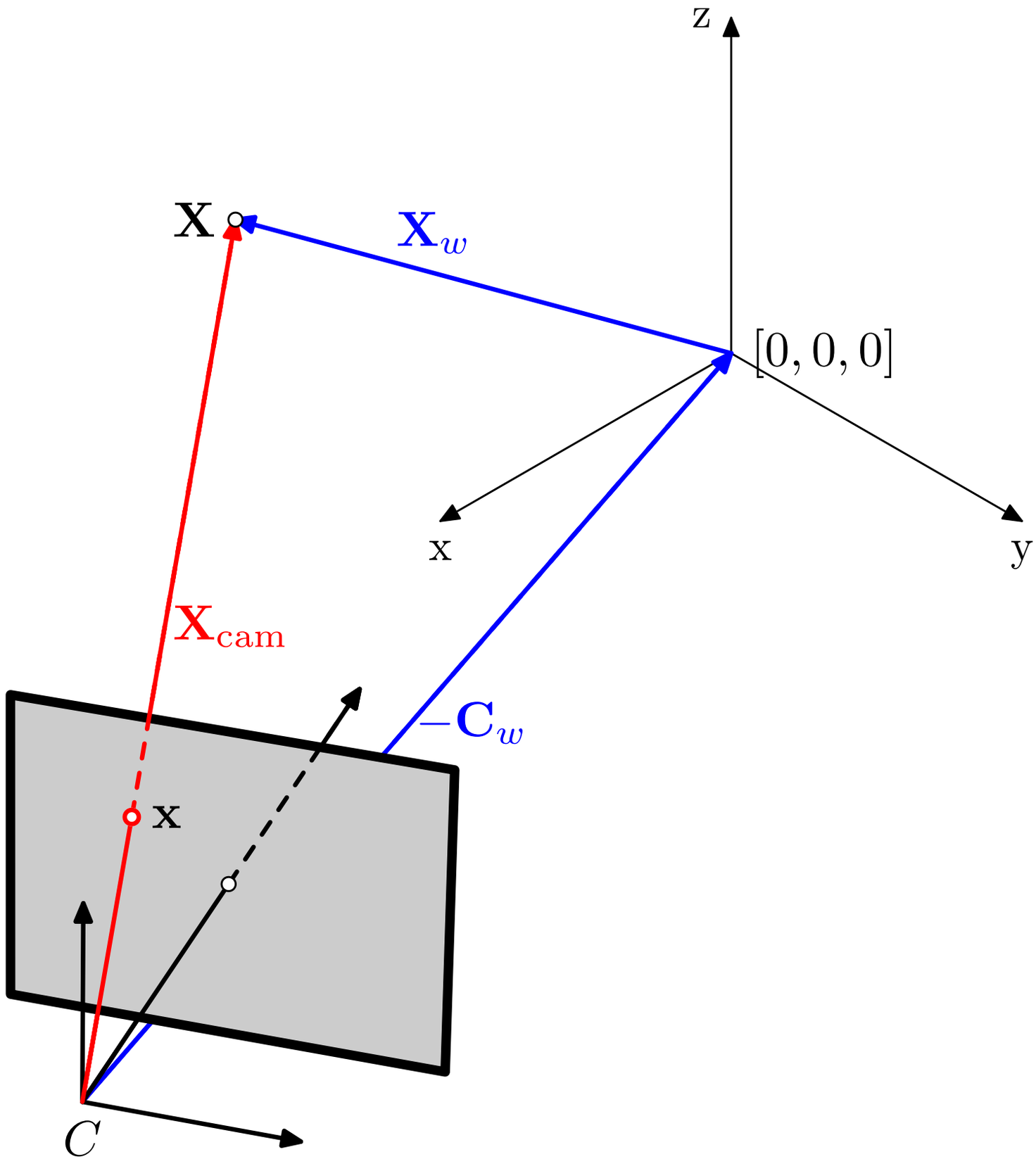
[3] Richard Hartley and Andrew Zisserman. Multiple view geometry in computer vision. Cambridge University, Cambridge, 2nd edition, 2003.

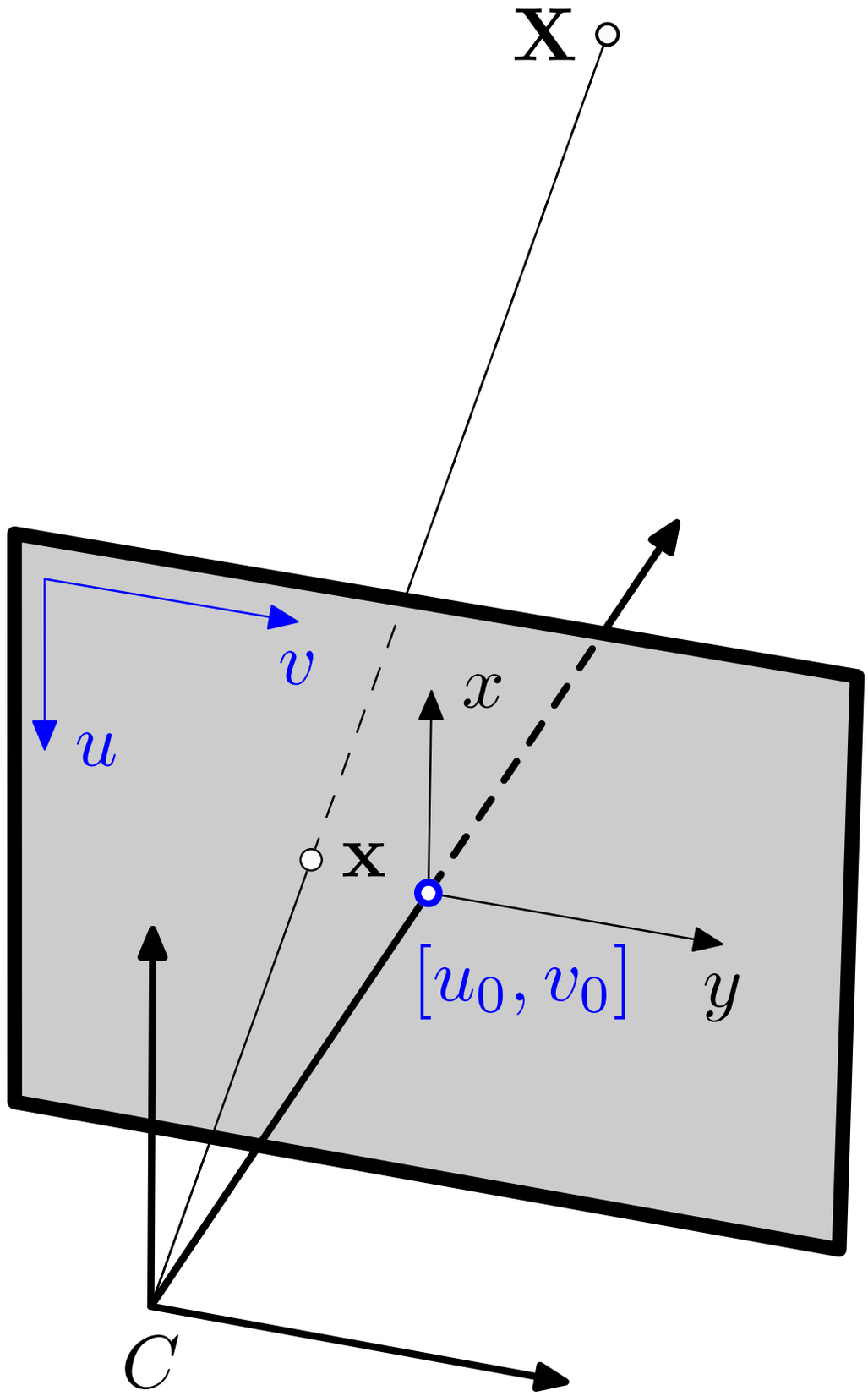
[4] John Hobby. MetaPost. `http://cm.bell-labs.com/who/hobby/MetaPost.html`.

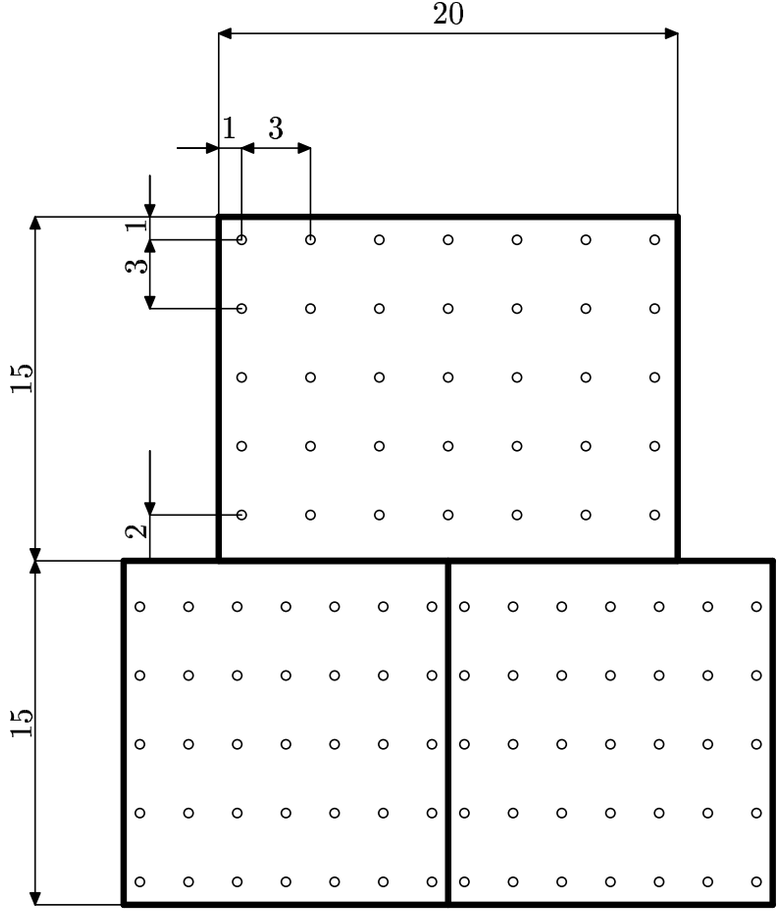
[5] Lei Wang, Sing Bing Kang, Heung-Yeung Shum, and Guangyou Xu. Error analysis of pure rotation-based self-calibration. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 26(2):275–280, 2004.

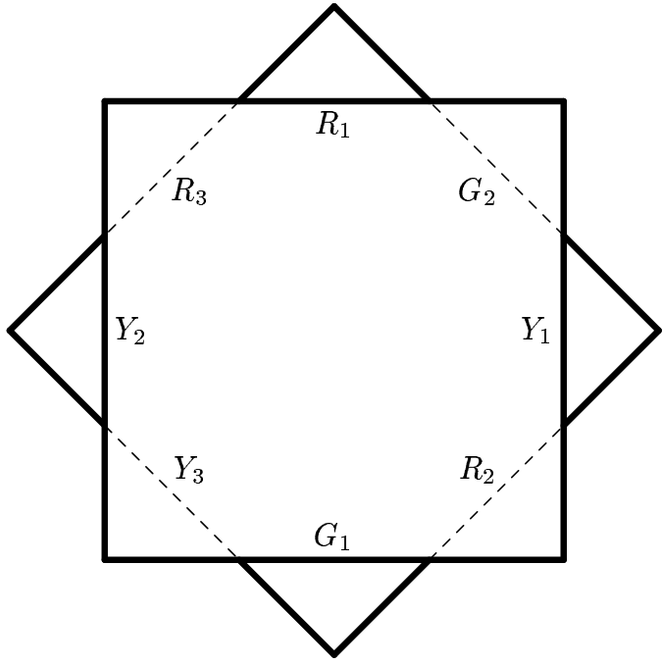
End

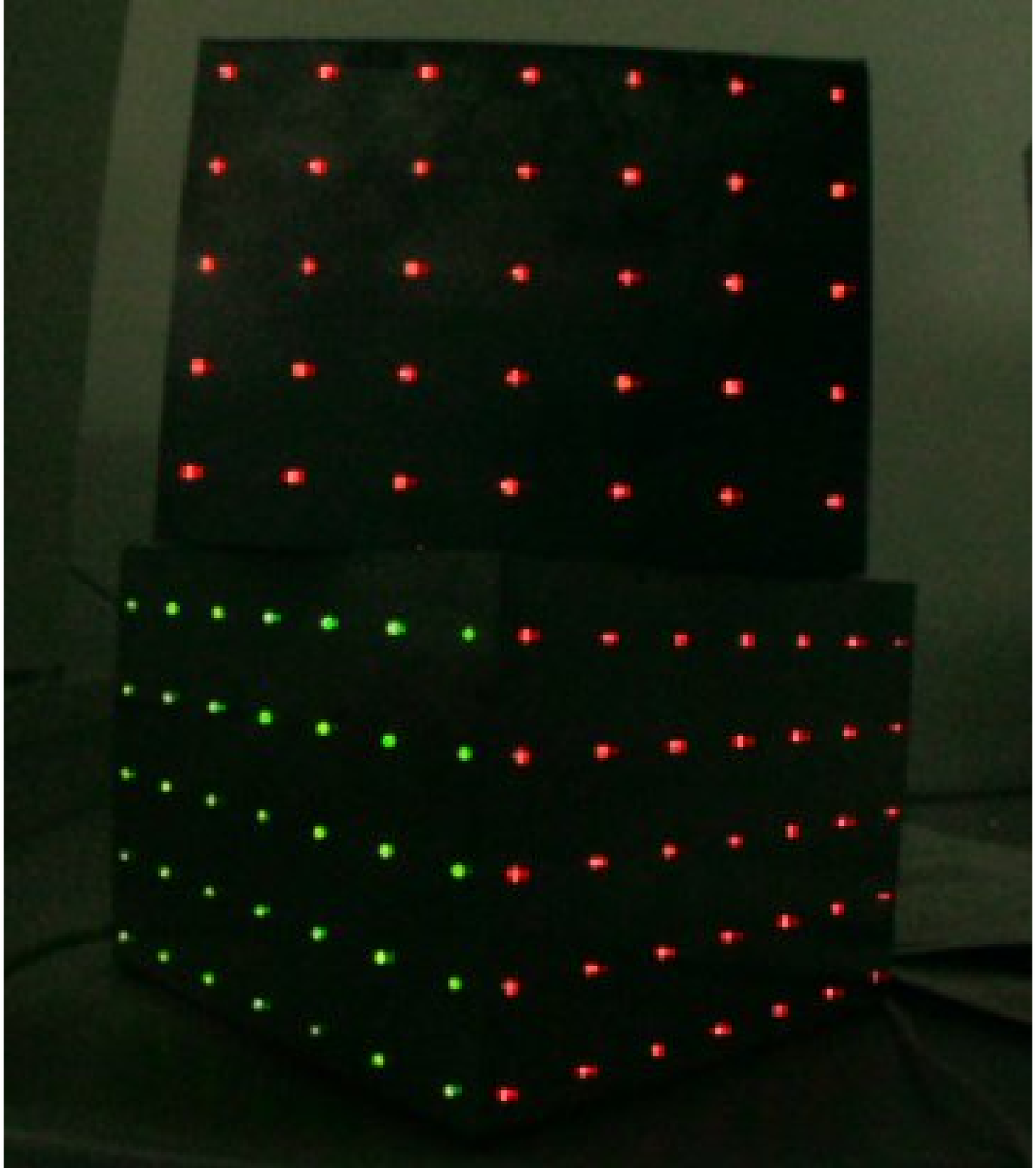

z
[0, 0, 0]
x
y
C

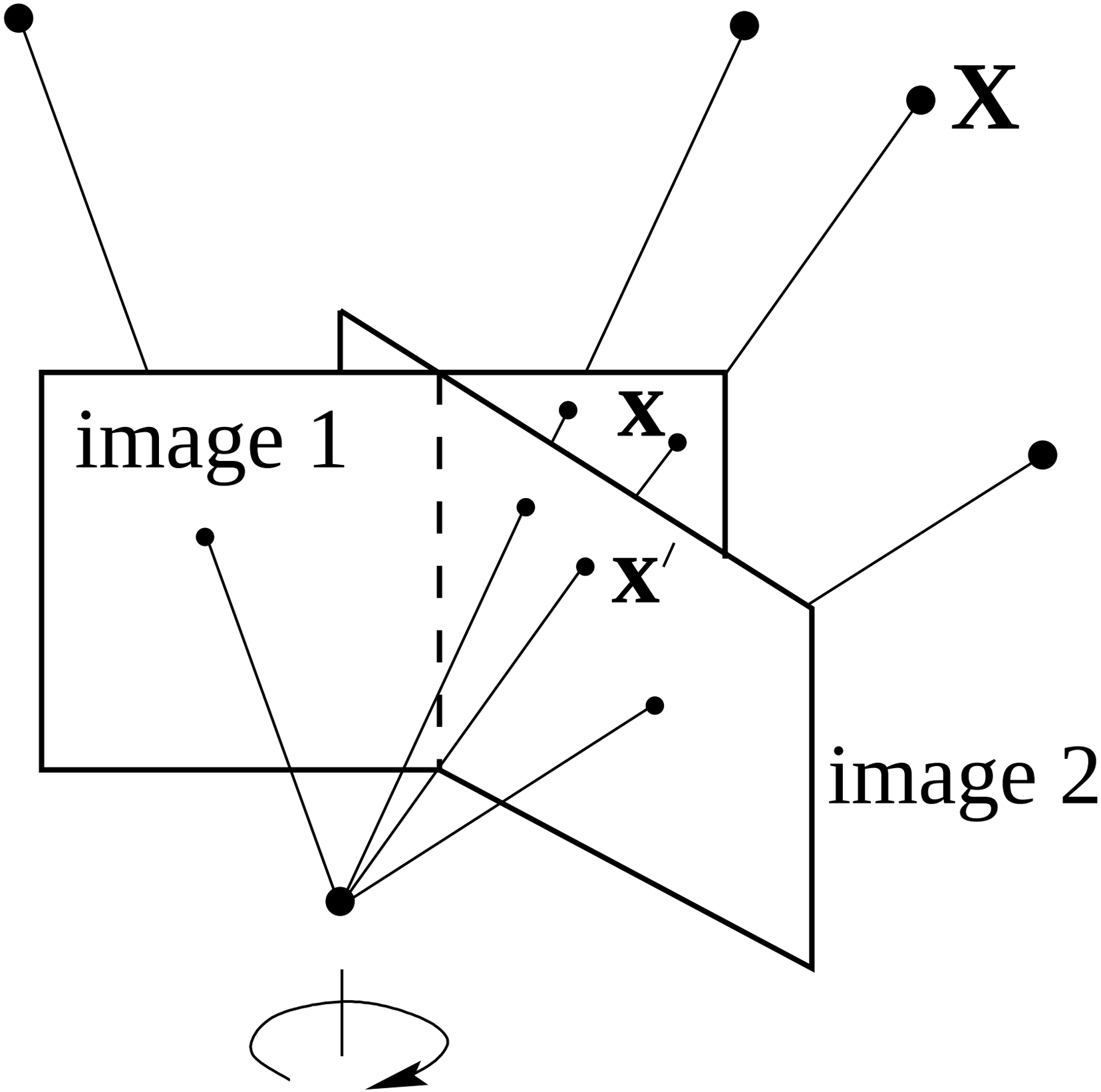

z
$\mathbf{X}$
$\mathbf{X}_w$
$[0, 0, 0]$
x
y
$\mathbf{X}_{\text{cam}}$
$-\mathbf{C}_w$
$\mathbf{x}$
C


$\mathbf{X}$
v
u
x
$\mathbf{x}$
$[u_0, v_0]$
y
C


20
1
3
1
3
15
2
15


R_1
R_3
G_2
Y_2
Y_1
Y_3
R_2
G_1




X
image 1
x
x′
image 2