Numerické metody — kontrolní otázky

Mirko Navara
http://cmp.felk.cvut.cz/~navara/
katedra kybernetiky FEL ČVUT
Karlovo náměstí, budova G, místnost 104a

https://moodle.fel.cvut.cz/courses/B4B01NUM

9. listopadu 2023

1. Vyjmenujte všechny vstupy pro aproximační úlohu.
Rozdělte je podle toho, zda na nich výsledek aproximace závisí lineárně:

- obvykle ano,

- ve speciálních případech ano,

- nikdy.

Na čem výsledek aproximace závisí lineárně:

- obvykle ano:
  vektor $\vec{y} = (y_0, \dots, y_{n-1}) \in \mathbb{R}^n$ požadovaných hodnot v uzlových bodech,

- ve speciálních případech ano:
  bod t, ve kterém vyhodnocujeme aproximaci (závisí na něm lineárně právě tehdy, pokud aproximujeme lineární funkcí),

- nikdy:
  vektor $\vec{x} = (x_0, \dots, x_{n-1}) \in \mathbb{R}^n$ uzlových bodů,
  aproximační funkce $\varphi_0, \dots, \varphi_{k-1}$.

2. Dejme tomu, že nezávisle proměnná je v sekundách, závisle proměnná v kW. V jakých jednotkách lze vyjádřit koeficienty interpolace pro jednotlivé probrané metody?

2. Dejme tomu, že nezávisle proměnná je v sekundách, závisle proměnná v kW. V jakých jednotkách lze vyjádřit koeficienty interpolace pro jednotlivé probrané metody?

prostá interpolace: kW

2. Dejme tomu, že nezávisle proměnná je v sekundách, závisle proměnná v kW. V jakých jednotkách lze vyjádřit koeficienty interpolace pro jednotlivé probrané metody?

prostá interpolace: kW

Lagrangeova konstrukce interpolačního polynomu: kW

2. Dejme tomu, že nezávisle proměnná je v sekundách, závisle proměnná v kW. V jakých jednotkách lze vyjádřit koeficienty interpolace pro jednotlivé probrané metody?

prostá interpolace: kW

Lagrangeova konstrukce interpolačního polynomu: kW

Newtonova konstrukce interpolačního polynomu:
d_0 ... kW
d_1 ... kW/s
d_2 ... kW/s^2
d_3 ... kW/s^3
...

2. Dejme tomu, že nezávisle proměnná je v sekundách, závisle proměnná v kW. V jakých jednotkách lze vyjádřit koeficienty interpolace pro jednotlivé probrané metody?

prostá interpolace: kW

Lagrangeova konstrukce interpolačního polynomu: kW

Newtonova konstrukce interpolačního polynomu:
d_0 ... kW
d_1 ... kW/s
d_2 ... kW/s^2
d_3 ... kW/s^3
...

Nevillův algoritmus: kW

2. Dejme tomu, že nezávisle proměnná je v sekundách, závisle proměnná v kW. V jakých jednotkách lze vyjádřit koeficienty interpolace pro jednotlivé probrané metody?

prostá interpolace: kW

Lagrangeova konstrukce interpolačního polynomu: kW

Newtonova konstrukce interpolačního polynomu:
d_0 ... kW
d_1 ... kW/s
d_2 ... kW/s^2
d_3 ... kW/s^3
...

Nevillův algoritmus: kW

kubický spline: kW/s

3. Které z následujících funkcí proměnné t (s parametry a, b, c) lze aproximovat zde probíranou metodou nejmenších čtverců?

1. $a + b\,\mathrm{e}^{t} + c\,\mathrm{e}^{2t}$,

2. $a + b\,\mathrm{e}^{c\,t}$,

3. $\mathrm{e}^{a+b\,t}$,

4. $a^{b\,t}$.

1. $a + b\,\mathrm{e}^{t} + c\,\mathrm{e}^{2t}$ lze,

1. $a + b\,\mathrm{e}^{t} + c\,\mathrm{e}^{2t}$ lze,

2. $a + b\,\mathrm{e}^{c\,t}$ nelze,

1. $a + b\,\mathrm{e}^{t} + c\,\mathrm{e}^{2t}$ lze,

2. $a + b\,\mathrm{e}^{c\,t}$ nelze,

3. $\mathrm{e}^{a+b\,t}$ lze po zlogaritmování (a případné úpravě vah),

1. $a + b\,\mathrm{e}^{t} + c\,\mathrm{e}^{2t}$ lze,

2. $a + b\,\mathrm{e}^{c\,t}$ nelze,

3. $\mathrm{e}^{a+b\,t}$ lze po zlogaritmování (a případné úpravě vah),

4. $a^{b\,t}$ lze po zlogaritmování (má vlastně jen jeden parametr).

4. Najděte nějakou běžnou fyzikální veličinu, u níž jsou první (dvě až tří) derivace spojité, ale derivace vyšších řádů bývají nespojité.

4. Najděte nějakou běžnou fyzikální veličinu, u níž jsou první (dvě až tři) derivace spojité, ale derivace vyšších řádů bývají nespojité.

Např. poloha auta.

5. Kdybychom vás nechali odhadovat např. délku místnosti, výběrový průměr by byl dobrým odhadem, dokonce nejlepším nestranným.
Co by se změnilo, kdybychom každému druhému člověku dali 2 hlasy?

5. Kdybychom vás nechali odhadovat např. délku místnosti, výběrový průměr by byl dobrým odhadem, dokonce nejlepším nestranným.
Co by se změnilo, kdybychom každému druhému člověku dali 2 hlasy?

Odhad by zůstal nestranný, ale zvětšil by se jeho rozptyl (snížila by se eficience).

6. Jaké jsou důvody, proč nepoužívat při numerické integraci velký počet sčítanců?

7. Inverzní kinematická úloha řeší soustavu nelineárních rovnic pro polohy kloubů robota, zajišťující dosažení daného bodu. Někteří výrobci tuto úlohu řeší symbolicky, někteří numericky. Proč?

7. Inverzní kinematická úloha řeší soustavu nelineárních rovnic pro polohy kloubů robota, zajišťující dosažení daného bodu. Někteří výrobci tuto úlohu řeší symbolicky, někteří numericky. Proč?

Oba přístupy mají problém s řešitelnosti i s obtížností řešení. U numerického řešení je navíc problém, že nemáme garance, jak dlouho bude trvat. Zásadní rozdíl je způsoben tím, že řešení bývá více a je problém vybrat takové, aby se robot pohyboval plynule a nepřeskakoval mezi jednotlivými řešeními, což způsobuje velké a někdy zbytečné pohyby. To je zvlášť obtížné u symbolického řešení. Naproti tomu numerické řešení, které za počáteční odhad vezme předchozí polohu, velmi často najde jediné, ale právě to požadované řešení.

8. Dokažte, že v každém normovaném (obecněji metrickém) lineárním prostoru je jednotková koule konvexní.