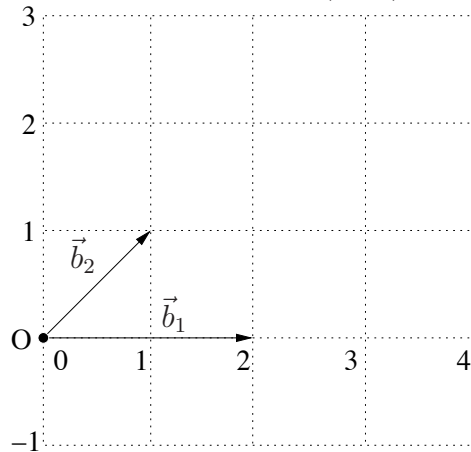


1. Následující obrázek zachycuje souřadnou soustavu  $\sigma = (O, \beta)$  a bázi  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$ .



- (a) i. Najděte souřadnou soustavu  $\sigma' = (O', \beta')$ ,  $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$ , jejíž bázový vektor  $\vec{b}'_1$  má v bázi  $\beta$  souřadnice

$$\vec{b}'_{1\beta} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

a její počátek  $O'$  je v souřadné soustavě  $\sigma$  zaměřen vektorem

$$\vec{O}'_{\beta} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

a existuje bod  $X$  zaměřený vektorem  $\vec{X}$  v  $\sigma$  a vektorem  $\vec{X}'$  v  $\sigma'$  se souřadnicemi

$$\vec{X}_{\beta} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{X}'_{\beta'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

a zakreslete ji do obrázku.

- ii. Napište souřadnice vektoru  $\vec{b}'_2$  v bázi  $\beta$ .  
 iii. Napište souřadnice vektoru  $O'$  v souřadné soustavě  $\sigma'$ .  
 iv. Napište souřadnice vektorů báze  $\beta$  v bázi  $\beta'$ .
- (b) i. Najděte souřadnou soustavu  $\sigma' = (O', \beta')$ ,  $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$ , když víte, že bázové vektory báze  $\beta$  mají v bázi  $\beta'$  souřadnice

$$\vec{b}_{1\beta'} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \vec{b}_{2\beta'} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

a existuje bod  $X$  zaměřený vektorem  $\vec{X}$  v  $\sigma$  a vektorem  $\vec{X}'$  v  $\sigma'$  se souřadnicemi

$$\vec{X}_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1/2 \end{bmatrix}, \quad \vec{X}'_{\beta'} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Soustavu zakreslete do obrázku.

- ii. Napište souřadnice vektorů báze  $\beta'$  v bázi  $\beta$ .  
 iii. Napište souřadnice bodu  $O'$  v souřadné soustavě  $\sigma'$  a bodu  $O$  v souřadné soustavě  $\sigma$ .

2. Mějme projekční matici obrazu (image projection matrix)

$$P = \begin{bmatrix} 6 & -8 & 50 & 800 \\ 16 & 12 & 40 & -1200 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}$$

Vypočtete  $K$ ,  $R$ ,  $\vec{C}_\delta$ ,  $f$ .

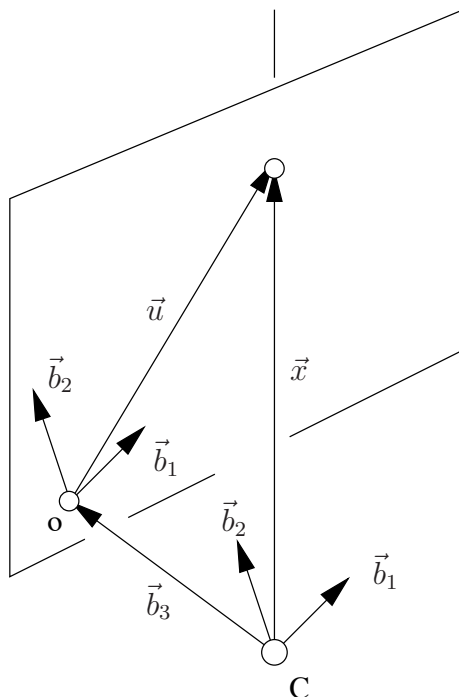
3. Vypočtete souřadnice  $\vec{C}_\delta$  středu promítání kamery s projekční maticí kamery

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Označme souřadnice bodů v obrazu  $[u, v]^T$ . Napište trojdimenzionální souřadnice bodů v prostoru, které se promítají na přímku  $v = 0$  maticí kamery.

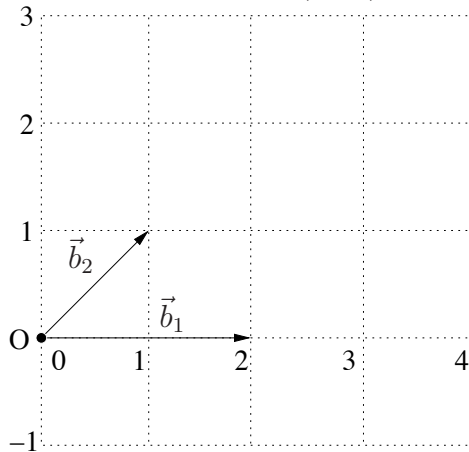
$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Najděte nějakou bázi  $\alpha = (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$ , vůči které má vektor  $\vec{x}$  souřadnice  $[2, 3, 2]^T$  dle následujícího obrázku, když vektor  $\vec{u} = 2\vec{b}_1 + 3\vec{b}_2$ . Napište souřadnice vektorů  $\alpha$  v bázi  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3)$ .



K řešení použijte další papíry, podepište je a přiložte je.

1. The following picture shows a coordinate system  $\sigma = (O, \beta)$  and a basis  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2)$ .



- (a) i. Find a coordinate system  $\sigma' = (O', \beta')$ ,  $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$ , whose basis vector  $\vec{b}'_1$  has in basis  $\beta$  coordinates

$$\vec{b}'_{1\beta} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

and its origin  $O'$  is in the coordinate system  $\sigma$  described by vector

$$\vec{O}'_{\beta} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

and there exists point  $X$  described by vector  $\vec{X}$  in  $\sigma$  and vector  $\vec{X}'$  in  $\sigma'$  with coordinates

$$\vec{X}_{\beta} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{X}'_{\beta'} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

and draw it on the picture.

- ii. Write the coordinates of vector  $\vec{b}'_2$  in basis  $\beta$ .  
 iii. Write the coordinates of vector  $O$  in coordinate system  $\sigma'$ .  
 iv. Write the coordinates of basis vectors of  $\beta$  in basis  $\beta'$ .  
 (b) i. Find a coordinate system  $\sigma' = (O', \beta')$ ,  $\beta' = (\vec{b}'_1, \vec{b}'_2)$ , when you know that the basis vectors of basis  $\beta$  have in basis  $\beta'$  coordinates

$$\vec{b}_{1\beta'} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \vec{b}_{2\beta'} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

and there exists point  $X$  described by vector  $\vec{X}$  in  $\sigma$  and vector  $\vec{X}'$  in  $\sigma'$  with coordinates

$$\vec{X}_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1/2 \end{bmatrix}, \quad \vec{X}'_{\beta'} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

draw the coordinate system on the picture.

- ii. Write the coordinates of basis vectors of  $\beta'$  in basis  $\beta$ .  
 iii. Write the coordinates of point  $O$  in the coordinate system  $\sigma'$  and point  $O'$  in the coordinate system  $\sigma$ .

2. Let us assume the following image projection matrix

$$P = \begin{bmatrix} 6 & -8 & 50 & 800 \\ 16 & 12 & 40 & -1200 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \end{bmatrix}$$

Find  $K$ ,  $R$ ,  $\vec{C}_\delta$ ,  $f$ .

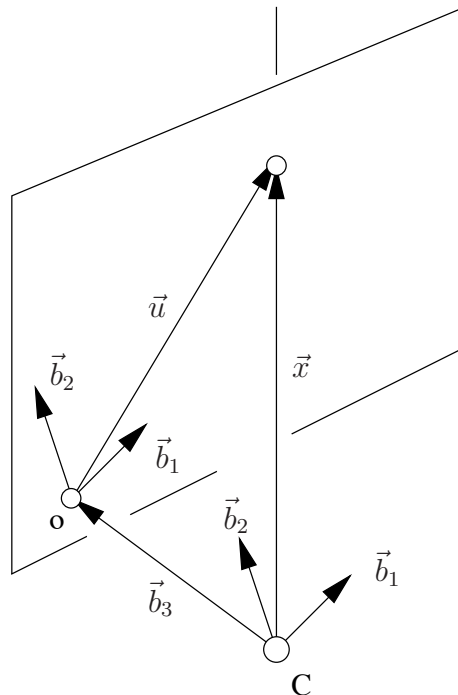
3. Find the coordinates of the camera projection center  $\vec{C}_\delta$  of a camera with the following camera projection matrix

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Denote the image coordinates by  $[u, v]^T$ . Write down coordinates of all points in the three-dimensional space that projects on the line  $v = 0$  by a camera with the following camera projection matrix

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Find a basis  $\alpha = (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$  such that vector  $\vec{x}$ , which is obtained as  $\vec{u} = 2\vec{b}_1 + 3\vec{b}_2$  as shown in the following figure, would have coordinates in  $\alpha$  equal to  $[2, 3, 2]^T$ . Write down the coordinates of the vectors of  $\alpha$  in basis  $\beta = (\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3)$ .



Use additional paper sheets if necessary.