1. (6 bodž) Jaká je optimální strategie v rozpoznávací úloze, kde objekty jsou ze dvou tžíd $k \in \{1, 2\}$. Pozorujeme realné žíslo $x \in (0, 1)$. Podmínžné pravdžpodobnosti $P(x|k)$ mají rozdžlení $P(x|1) = 2x, P(x|2) = x$. žežte následující pžípady:

   (a) $P(1) = P(2) = 0.5$, minimalizace stžední ztráty, pokuty za vžechny chyby jsou stejne.

   (b) $P(1) = 1/3, P(2) = 2/3$, minimalizace stžední ztráty, pokuty za vžechny chyby jsou stejne.

   (c) $P(1) = P(2) = 0.5$, minimalizace stžední ztráty, pokuta za klasifikaci 2 pro objekt z tžidy 1 je dvakrát dražží než chyba opažná.

   (d) žežíte-li Neyman-Pearsonovu úlohu a pžehlédnuté nebezpežží je maximálnž 0.1 (10%), za nebezpežnou je považována tžída 1.

   (e) žežíte-li Neyman-Pearsonovu úlohu a pžehlédnuté nebezpežží je maximálnž 0.3 (30%), za nebezpežnou je považována tžída 2.

   (f) žežíte-li minimaxní úlohu.

2. Je dána trénovací množina $T = \{(\mathbf{x_i}; k_i)\}$, $i = 1, \ldots, 5$, $\mathbf{x_i} \in R^2$, $k \in \{1, -1\}$,
   $T = \{(-2, 1; 1), (1, 0; -1), (0, 2; -1), (0, -1; -1), (2, 2, 1)\}$.

   Algoritmem Adaboost hledáte lineární kombinaci slabých klasifikátorů $H(\mathbf{x}) = \sum \alpha_t h_t(\mathbf{x})$. Máte k dispozici žtyži slabé klasifikátory a to: $h_1(\mathbf{x}) = \delta(x_1 > 0.5), h_2(\mathbf{x}) = \delta(x_2^2 + x_1^2 < 4.5), h_3(\mathbf{x}) = \delta(x_1 \leq 0.5), h_4(\mathbf{x}) = \delta(x_2 > 0)$, kde $\delta()$ nabývá hodnoty 1, je-li podmínka v závorce splněna, jinak -1.

   Který z tžchto klasifikátorž bude vybrán jako první (2 body)? Jakou bude mít váhu α_1 (2 body)?

3. Algoritmus k-pržmžrž (k-means). Zapižte kriteriální funkci, kterou se metoda snaží minimalizovat (1 bod)? Popižte algoritmus (2 body). Dokažte, že algoritmus konverguje do lokálního minima kriteriální funkce (1 bod). Jak lze metodu k-means zobecnit (max 2 body, 1 za každé zobecnžní)?