

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Petr Dousek

Všesměrové vidění

Center for Machine Perception, FEL ČVUT
Vedoucí diplomové práce: Ing. Tomáš Svoboda, PhD.
Studijní program: Informatika, Počítačová grafika

Děkuji Tomáši Svobodovi za vedení mé diplomové práce. Děkuji i ostatním členům CMP za podnětné rady a připomínky.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 20.8.2001

Petr Doubek

Abstract. The thesis describes two methods for scene reconstruction from catadioptric images. The first method is based on finding the mid-point of the shortest transversal of rays. The second one minimizes the distance between the input correspondences and the correspondences of the output 3D point. Methods are tested on synthetic data with simulated different camera positions, different noise levels and an error in the camera assembly. We estimate the theoretical area of possible reconstruction independently on the triangulation method. Finally, we make an experimental reconstruction from real images of a room.

Obsah

1	Úvod	5
1.1	Všesměrové vidění a rekonstrukce scény	5
1.2	Předchozí práce	6
1.3	Struktura práce	7
2	Panoramatická kamera - pojmy, značení	9
3	Úkol triangulace	12
4	Metoda nejkratší příčky	13
4.1	Střed nejkratší příčky	13
5	Metoda epipolárních kružnic	16
5.1	Perspektivní kamera	16
5.2	Parabolická kamera	17
5.3	Numerické hledání minima	21
5.4	Hyperbolická kamera	22
5.5	Euklidovská vzdálenost	25
6	Faktory omezující přesnost triangulace	26
6.1	Šum v obrazových souřadnicích	26
6.2	Chyby v sestavení kamery	26
6.3	Teoretické možnosti rekonstrukce	28
7	Experimenty se syntetickými daty	34
7.1	Vzrůstající šum, různé směry	35
7.2	Rekonstrukce okolí	41
7.3	Chybné sestavení kamery	46
7.4	Hodnocení	46
8	Rekonstrukce místnosti - reálný experiment	49

9	Závěr	56
9.1	Přínos práce	56
9.2	Možnosti dalšího výzkumu	56
A	Experimenty - naměřené hodnoty	58

Kapitola 1

Úvod

1.1 Všesměrové vidění a rekonstrukce scény

Pod pojmem všesměrové vidění obecněji rozumíme v počítačovém vidění nejen použití všesměrových kamer, které vidí celou pomyslnou kouli okolo sebe, ale i použití kamer panoramatických, jejichž zorné pole obsahuje ze zmiňované koule alespoň jednu hlavní kružnici. Důvodem pro častější použití panoramatických kamer je jejich snazší konstrukce.

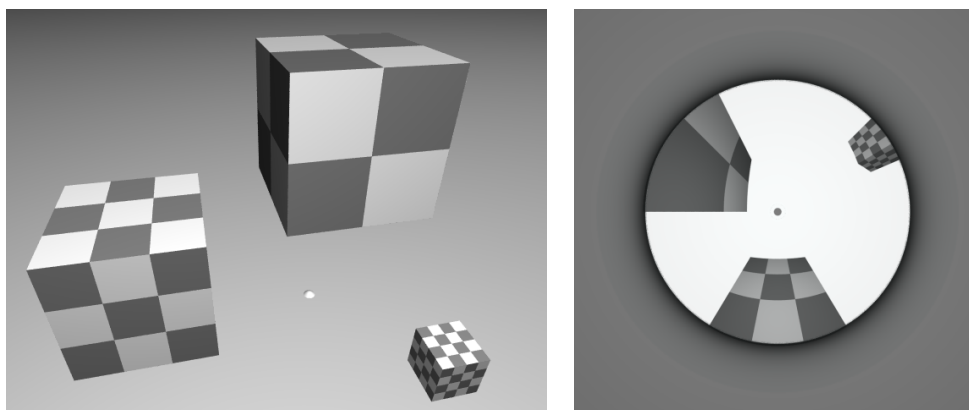
Protože schopnost vidět na jednom obraze celý horizont představuje ve srovnání s poměrně úzkým zorným polem tradičních perspektivních kamer značnou výhodu, stalo se všesměrové vidění v posledních letech tématem mnoha prací.

Ve své práci jsem se zaměřil na rekonstrukci scény z obrazů centrální panoramatické katadioptrické kamery¹, konkrétně na jeden její krok, a to triangulaci. Rekonstrukci scény, která je pro perspektivní kameru už poměrně dobře prozkoumaná, lze rozdělit na několik problémů, které na sebe navzájem navazují.

Nejdříve je nutné nalézt v obrazech korespondence, z nichž je pak možné získat vzájemnou polohu pozic, z kterých byly obrazy pořízeny (pokud není poloha předem známá). Se znalostí vzájemné polohy a s pomocí epipolární geometrie je možné dále zpřesnit vybrané korespondence. Úkolem posledního kroku, již zmíněné triangulace, je z korespondencí vypočíst prostorové souřadnice bodu, jehož jsou korespondence obrazem.

Výhody všesměrové kamery se při rekonstrukci mohou uplatnit tehdy, je-li kamera uprostřed scény. Např. už ze dvou snímků všesměrové kamery uvnitř místnosti bude možné rekonstruovat její značnou část, přičemž perspektivní kamera by potřebovala mnohem více snímků pro úplnou rekon-

¹speciální typ všesměrové kamery, bude popsán v následující kapitole



(a) perspektivní

(b) panoramatická

Obrázek 1.1: Stejná syntetická scéna zobrazená perspektivní a panoramatickou kamerou. Světla tečka na obraze (a) uprostřed scény označuje pozici kamery z obrazu (b).

strukci. Na druhou stranu není použití všesměrové kamery vhodné při rekonstrukci lokálního objektu, který bude muset stejně jako kamera perspektivní nasnímat z několika stran, a přitom bude znevýhodněná nižším prostorovým rozlišením snímků (kvůli většímu zornému poli).

1.2 Předchozí práce

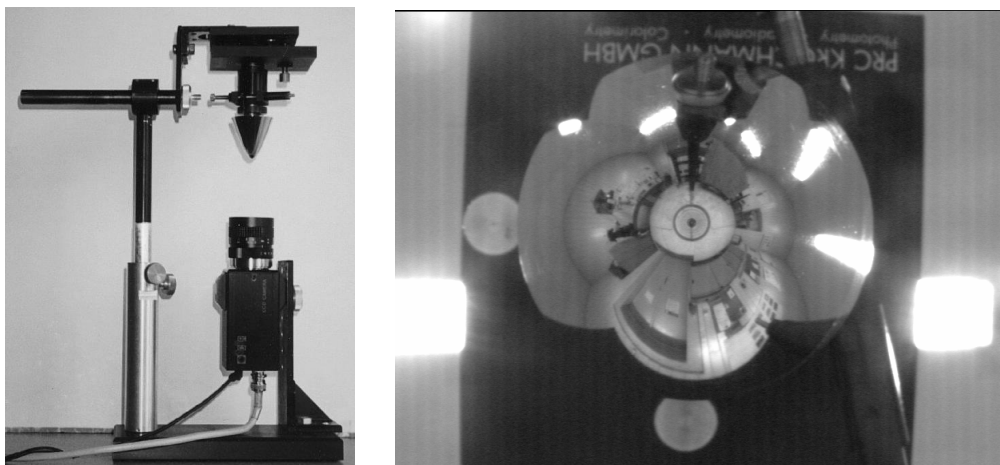
Obecnou představu o 3D geometrii a rekonstrukci scény pro perspektivní kameru poskytují R.Hartley a A.Zisserman v knize [2].

Geometrický model centrální panoramatické katadioptrické kamery i její epipolární geometrie je odvozena v disertační práci T.Svobody [6] a v navazujícím článku [5] publikovaném v knize [1], která shrnuje současný stav výzkumu v oblasti všesměrového vidění.

V CMP² vznikla řada dalších prací věnujících se všesměrovému vidění. V této práci využijeme dvě z nich - [9] pojednává o převodu mezi dvěma typy centrálních panoramatických katadioptrických kamer a [7] o vlivu šumu v obraze na výpočet paprsku z kamery. V CMP byl rovněž vytvořen program Rec3D [10], usnadňující rekonstrukci z obrazů perspektivní kamery.

Metody triangulace pro perspektivní kameru shrnují R.Hartley a P.Sturm

²Centre for Machine Perception, FEL ČVUT



Obrázek 1.2: Panoramatická kamera a snímek z ní.

v [4]. Představují polynomiální metodu, která bude v této práci přizpůsobena pro panoramatickou kameru.

V článku [3] se P.Chang a M.Hebert zabývají navigací robota a rekonstrukcí scény pomocí všesměrové kamery a zjišťují, kdy je výhodnější než klasická kamera.

1.3 Struktura práce

Následující kapitola 2 seznamuje s konstrukcí panoramatické kamery a s pojmy a značením, které je v souvislosti s ní v této práci použito.

Kapitola 3 pouze vymezuje úkol triangulace, jíž se budeme v následujícím textu zabývat.

Jednoduchá a názorná metoda triangulace pomocí nejkratší příčky dvou paprsků je popsána v kapitole 4.

Metoda epipolárních kružnic, vycházející z polynomiální metody R. Hartleyho a P. Sturm, je odvozena v kapitole 5 nejdříve pro parabolickou kameru. Poté je odvozen postup pro hyperbolickou kameru, využívající převodu na kameru parabolickou.

Kapitola 6 uvádí hlavní faktory, které omezují přesnost triangulace. Odhaduje teoretické možnosti rekonstrukce z daných obrazů nezávisle na použité metodě triangulace.

Experimenty na syntetických datech jsou tématem kapitoly 7. Jejich cílem bylo ověřit chování navržených metod triangulace v různých podmínkách a

srovnat výsledky rekonstrukce s teoretickými možnostmi zkoumanými v předchozí kapitole.

Hlavním úkolem reálného experimentu, popsaného v kapitole 8, bylo ověření použitelnosti navrhovaných metod na rekonstrukci místnosti.

V poslední kapitole 9 jsou shrnuty výsledky této práce a nastíněny možnosti dalšího výzkumu.

Pro možnost přesnějšího porovnání hodnot zobrazovaných v grafech jsou v dodatku A uvedeny výsledky měření formou tabulek.

Kapitola 2

Panoramatická kamera - pojmy, značení

Panoramatická kamera je v tomto textu zkráceným označením pro speciální typ panoramatické kamery, centrální panoramatickou katadioptrickou kameru (klasifikace panoramatických kamer je provedena v [5]).

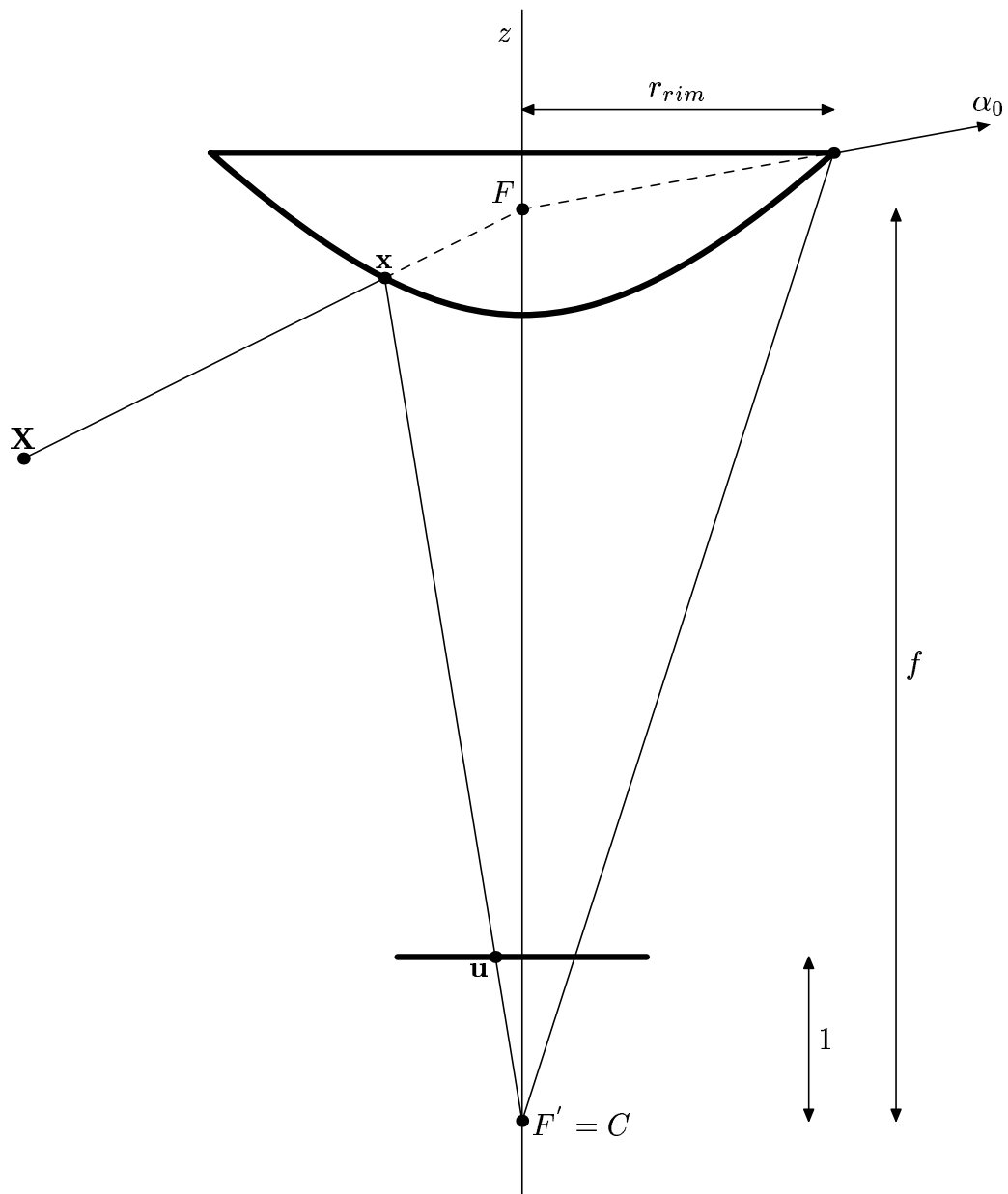
Tato kamera je tvořena buď perspektivní kamerou a hyperbolickým zrcadlem, nebo ortografickou kamerou a parabolickým zrcadlem. Osa kamery je totožná s osou zrcadla. Tyto kamery budeme zkráceně označovat jako hyperbolickou nebo parabolickou kameru. Samotný termín kamera bude označovat klasickou kameru s perspektivní projekcí.

Označení parametrů a důležitých bodů panoramatické kamery je v tabulce 2.1, obvyklé značení bodů, s nimiž budeme pracovat, je pak v tabulce 2.2. Vše je načrtnuto na obrázku 2.1. Snažil jsem se zachovat shodné značení s [5].

C, F'	střed souřadného systému kamery, ohnisko zrcadla s ním totožné
F	ohnisko zrcadla ležící uvnitř zrcadla a zároveň střed souřadného systému panoramatické kamery
a, b	parametry hyperboly, jejíž rotací vzniklo zrcadlo
a	parametr paraboly, jejíž rotací vzniklo zrcadlo
r_{rim}	poloměr vnějšího okraje zrcadla
f	ohnisková vzdálenost zrcadla
K	kalibrační matice panoramatické kamery, charakterizuje převod z obrazové roviny do pixelových souřadnic

Tabulka 2.1: Označení parametrů panoramatické kamery

Tento typ všesměrové kamery používáme proto, že paprsky jdoucí z kamery se po odrazu v zrcadle protínají v jediném bodě - ohnisku zr-



Obrázek 2.1: Hyperbolická kamera. Tvoří ji horní zrcadlo s ohniskem F a dolní kamera se středem C . Kamera i zrcadlo jsou na společné ose z . Je naznačena cesta paprsku z bodu $\mathbf{X}$, odraz v hyperbolickém zrcadle v bodě $\mathbf{x}$ a promítnutí do normalizované obrazové roviny v bodě $\mathbf{u}$. Druhý paprsek ukazuje zorné pole kamery - α_0 je mezní úhel, z něhož bude paprsek zobrazen.

$\mathbf{X}$	zobrazovaný prostorový bod
$\mathbf{x}$	odraz bodu $\mathbf{X}$ v zrcadle
$\mathbf{u}$	obraz bodu $\mathbf{X}$ v obrazové rovině kamery
$\mathbf{q}$	obraz bodu $\mathbf{X}$ v pixelových souřadnicích ($\mathbf{q} = K\mathbf{u}$)

Tabulka 2.2: Označení bodů

cadla F . To umožňuje odvození epipolární geometrie, která bude nezbytná pro triangulaci nazvanou metoda epipolárních kružnic.

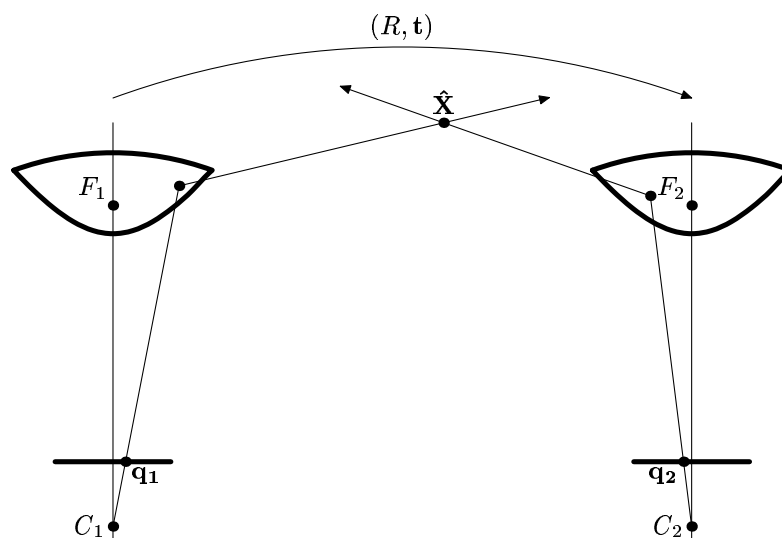
Panoramatická kamera má tři trojrozměrné souřadné systémy. Světový souřadný systém, souřadný systém zrcadla se středem v F a souřadný systém kamery se středem v C . Pokud nebude uvedeno jinak, jsou souřadnice vyjádřeny v souřadném systému zrcadla. Dále má kamera dva obrazové souřadné systémy - první normalizovaný, druhý pixelový, vztah mezi nimi určuje kalibrační matice K .

Pokud budeme pracovat s více panoramatickými kamerami (nebo se stejnou kamerou na různých místech), bude dolní index označovat kameru, k níž se parametr vztahuje. Pokud by nebylo zřejmé, v systému které kamery je souřadnice bodu uvedena, přidáme horní index - např. F_2^1 bude označovat ohnisko zrcadla druhé kamery v souřadném systému první kamery.

Kapitola 3

Úkol triangulace

Předpokládejme dva obrazy z panoramatické kamery zobrazující stejnou scénu ze dvou různých míst. Známe vzájemnou polohu těchto dvou míst (posunutí mezi F_1 a F_2 je dáno vektorem $\mathbf{t}$) i orientaci kamery v nich (rotaci souřadného systému druhé kamery vzhledem k první kameře označíme R), jakož i parametry panoramatické kamery (a, b (pouze pro hyperbolickou kameru), r_{rim}, K). V každé ze dvou pozic kamery máme jeden obrazový bod ($\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$). Tyto dva body byly vybrány jako obrazy (tzv. korespondence) téhož prostorového bodu $\mathbf{X}$. Tento výběr není součástí triangulace. Úkolem je nalézt takový bod $\hat{\mathbf{X}}$ (v souřadném systému jedné z panoramatických kamer, zpravidla první), jehož vzdálenost od $\mathbf{X}$ je minimální.



Obrázek 3.1: Úkolem triangulace je vypočítat bod $\hat{\mathbf{X}}$ z bodů $\mathbf{q}_i$.

Kapitola 4

Metoda nejkratší příčky

V případě perspektivní kamery určuje její střed C a obrazový bod $\mathbf{q}$ polopřímku, na níž leží skutečný bod v prostoru. Potom při triangulaci hledáme průsečík takových dvou polopřímek. Pokud tento průsečík existuje, je úloha triviální, ale triangulace musí fungovat i tehdy, pokud se polopřímky neprotínou. Cílem je nalézt metodu, která bude určovat prostorové body s minimální chybou v přijatelném čase.

Velmi názornou a jednoduchou metodou je určení bodu $\hat{\mathbf{X}}$ jako středu nejkratší příčky obou polopřímek.

4.1 Střed nejkratší příčky

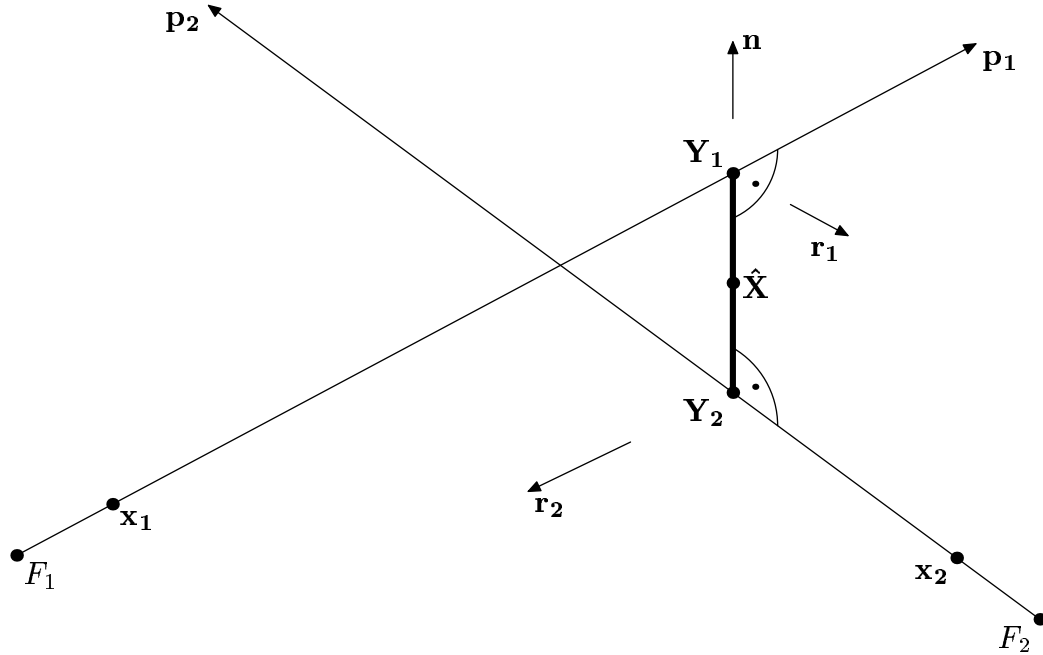
Po určení bodu na povrchu zrcadla $\mathbf{x}$ odpovídajícího danému obrazovému bodu $\mathbf{q}$ (postup výpočtu je odvozen v [6]) budeme v podobné situaci jako u perspektivní kamery - hledáme bod charakterizovaný dvěma paprsky. Jsou jimi dvě polopřímky p_i ($i = 1, 2$ určuje příslušnost k prvnímu nebo druhému obrazu) vedoucí z bodů F_i přes $\mathbf{x}_i$. Nalezneme koncové body $\mathbf{Y}_i \in p_i$ nejkratší příčky obou polopřímek. Hledaný bod $\hat{\mathbf{X}}$ pak bude střed této příčky. Tento postup je znázorněn na obrázku 4.1.

Nejprve uveďme výpočet bodu $\mathbf{x}$ pro hyperbolickou kameru

$$\mathbf{x} = \mathcal{F}(R_C^T K^{-1} \mathbf{q}) R_C^T K^{-1} \mathbf{q} + \mathbf{t}_C, \quad (4.1)$$

$$\text{kde } \mathcal{F}(\mathbf{v} = R_C^T K^{-1} \mathbf{q}) = \frac{b^2(e v_1 + a \|\mathbf{v}\|)}{b^2 v_1 - a^2 v_2^2 - a^2 v_3^2}.$$

R_C a $\mathbf{t}_C$ charakterizuje rotaci a posunutí souřadného systému kamery vzhledem k souřadnému systému zrcadla. Posunutí je dáno ohniskovou vzdáleností zrcadla ($\mathbf{t}_C = [0, 0, -2e]^T$) a rotaci pro jednoduchost volíme $R_C = I_3$.



Obrázek 4.1: Střed nejkratší příčky.

Díky ortografickému zobrazení parabolické kamery je výpočet bodu $\mathbf{x}$ pro ni jednodušší

$$\mathbf{x} = \left[u, v, \frac{u^2 + v^2}{2a} - \frac{a}{2} \right]^T, \quad \text{kde } [u, v, 1]^T = \mathbf{u} = K^{-1}\mathbf{q}. \quad (4.2)$$

V následujícím výpočtu používáme souřadný systém první panoramatické kamery, před jeho zahájením do něj transformujeme souřadnice bodů F_2 a $\mathbf{x}_2$

$$F_2^1 = RF_2^2 + \mathbf{t}, \quad \mathbf{x}_2^1 = R\mathbf{x}_2^2 + \mathbf{t}. \quad (4.3)$$

Nejkratší příčka je kolmá k oběma polopřímám, proto její vektor můžeme spočítat jako jejich vektorový součin

$$\mathbf{n} = \mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2, \quad \text{kde } \mathbf{p}_i = \mathbf{x}_i - F_i. \quad (4.4)$$

Bod $\mathbf{Y}_1$ pak získáme jako průnik polopřímky p_1 s rovinou ρ_2 určenou polopřímkou p_2 a vektorem $\mathbf{n}$.

$$\forall P_i \in p_i : \quad P_i = F_i + \lambda_i \mathbf{p}_i, \quad \text{kde } \lambda_i \in \mathbf{R}^+ \quad (4.5)$$

$$\forall R_i \in \rho_i : \quad \mathbf{r}_i^T R_i - \mathbf{r}_i^T F_i' = 0, \quad \text{kde } \mathbf{r}_i = \mathbf{p}_i \times \mathbf{n} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{Y}_1 = p_1 \cap \rho_2 \quad (4.7)$$

$$\mathbf{Y}_2 = p_2 \cap \rho_1 \quad (4.8)$$

Vyřešením rovnice $P_1 = R_2$ vyplývající ze vztahu (4.7) získáme λ_1

$$\lambda_1 = \frac{\mathbf{r}_2^T (F_2 - F_1)}{\mathbf{r}_2^T \mathbf{p}_1}, \quad (4.9)$$

z nějž dosazením do (4.5) spočteme $\mathbf{Y}_1$. Bod $\mathbf{Y}_2$ získáme analogicky.

Hledaný bod $\hat{\mathbf{X}}$ je středem nejkratší příčky

$$\hat{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2}{2}. \quad (4.10)$$

Kapitola 5

Metoda epipolárních kružnic

Tato metoda je založena na trochu jiném principu než metoda využívající nejkratší příčky. Vychází z úvahy, že chyba je v umístění obrazových bodů $\mathbf{q}_i$ a prostorový bod $\hat{\mathbf{X}}$ leží na dvou paprscích, procházejících správnými obrazovými body $\hat{\mathbf{q}}_i$, které se protnou. Cílem tedy bude tyto správné obrazové body nalézt. Jako kritérium zvolíme minimální součet čtverců vzdálenosti bodů $\hat{\mathbf{q}}_i$ od jim odpovídajících bodů $\mathbf{q}_i$.

5.1 Perspektivní kamera

Krátce popíšu postup, který Hartley a Sturm [4] použili pro perspektivní kameru ve své polynomiální metodě.

Pro dva obrazy $\hat{\mathbf{q}}_i$ téhož prostorového bodu $\hat{\mathbf{X}}$ platí, že jsou oba v tzv. epipolární rovině π určené třemi body F_1 , F_2 a $\hat{\mathbf{X}}$. Jakákoliv epipolární rovina protíná obrazovou rovinu v epipolární přímce.

Najdeme-li takovou epipolární rovinu, že epipolární přímky k ní patřící budou mít minimální součet čtverců vzdáleností od odpovídajících bodů $\mathbf{q}_i$, bude úloha vyřešena. Body $\hat{\mathbf{q}}_i$ pak budou ty body na epipolárních přímkách, které mají minimální vzdálenost od bodů $\mathbf{q}_i$.

Vhodnou transformací souřadných systémů obou kamer dosáhneme toho, že body $\mathbf{u}_i$ odpovídající bodům $\mathbf{q}_i$ budou mít v obrazové rovině souřadnice $[0, 0]$ a epipóly (těmi prochází všechny epipolární přímky) souřadnice $[0, f_i]$. Tato transformace neovlivní vzdálenosti bodů $\mathbf{u}_i$ od epipolárních přímek a zjednoduší jejich výpočet.

Po sestavení funkce součtu čtverců vzdáleností spočteme její derivaci a v nulových bodech hledáme minimum funkce. Protože je derivace polynomem šestého stupně, byla tato metoda nazvána polynomiální.

5.2 Parabolická kamera

U panoramatické kamery je úloha komplikovanější v tom, že body ležící v jedné epipolární rovině se nezobrazí jako přímka, ale jako obecná kuželosečka v případě hyperbolického zrcadla, nebo jako kružnice v případě zrcadla parabolického. Soustředíme se nejdříve na parabolickou kameru, neboť výpočet vzdálenosti bodu $\mathbf{q}_i$ od kružnice je snazší než výpočet vzdálenosti od obecné kuželosečky.

Druhou komplikací je to, že narozdíl od perspektivní kamery nelze transformací souřadnic dosáhnout jednoduššího parametrizovaného normálového vektoru roviny $\pi(t)$ ani v jednom ze souřadných systémů obou panoramatických kamer. Pokud bychom například rotovali souřadný systém tak, aby všechny vektory normálových rovin ležely v rovině yz , nesouhlasila by osa ani jednoho zrcadla s osou z a zjednodušení bychom nedosáhli.

Stejně jako v případě metody nejkratší příčky výpočty provádíme v souřadném systému první parabolické kamery.

Nyní postupně sestavíme funkci, kterou chceme minimalizovat, tj. součet čtverců vzdáleností bodů $\mathbf{q}_i$ a odpovídajících epipolárních křivek, označme je $k_i(t)$ a tuto vzdálenost $d(k_i(t), \mathbf{q}_i)$

$$f(t) = d(k_1(t), \mathbf{q}_1)^2 + d(k_2(t), \mathbf{q}_2)^2. \quad (5.1)$$

Po nalezení t , které funkci $f(t)$ minimalizuje, určíme stejně jako u perspektivní kamery hledané body $\hat{\mathbf{q}}_i$ jako ty body na epipolárních křivkách $k_i(t)$ s minimální vzdáleností od bodů $\mathbf{q}_i$.

Prvním úkolem bude sestavit funkci $\pi(t)$ ($t \in \mathbf{R}$), kterou parametrizujeme všechny epipolární roviny parametrem t . Neboť v každé epipolární rovině leží body F_1 a F_2 , bude vektor

$$\mathbf{t} = F_2 - F_1 \quad (5.2)$$

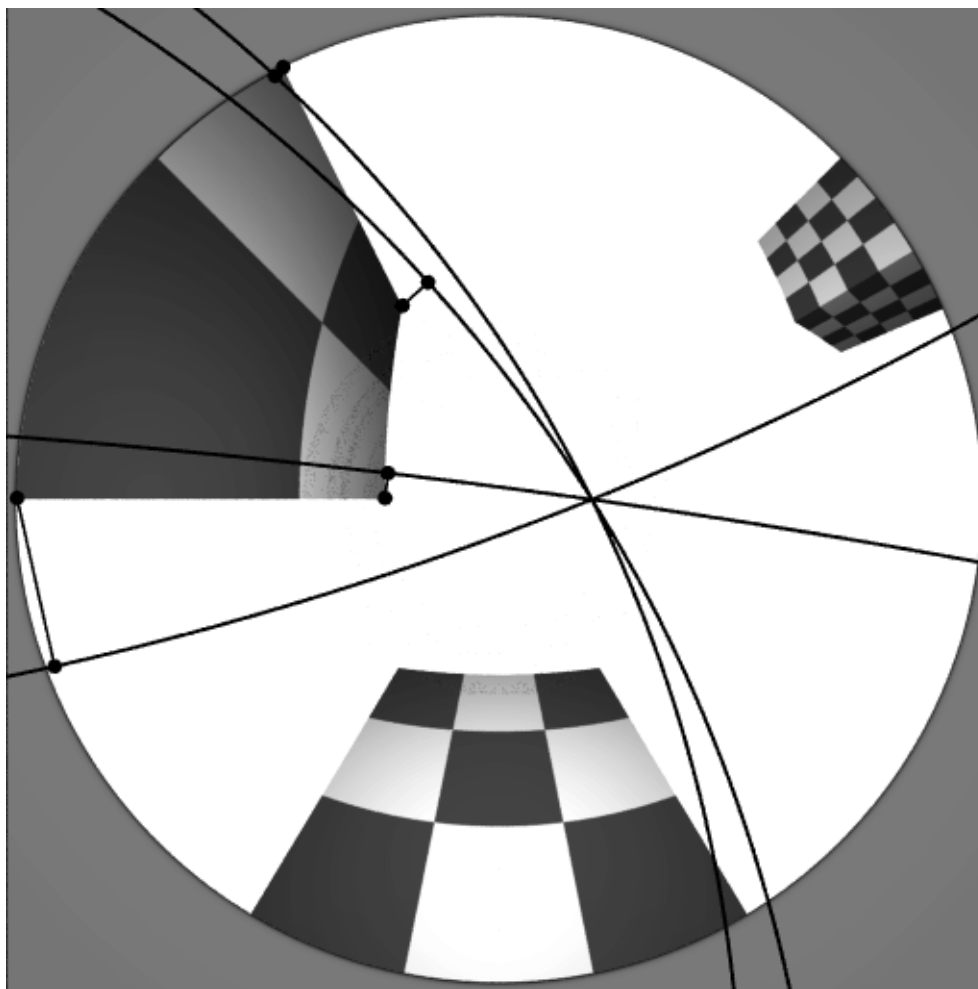
vždy jedním ze dvou vektorů udávajících rovinu $\pi(t)$ (parametr t a vektor posunutí $\mathbf{t}$ spolu přes použití stejného písmene nijak nesouvisí). Druhým vektorem bude $\mathbf{g}(t)$, z obou vektorů pak spočteme normálový vektor $\mathbf{n}(t)$ roviny $\pi(t)$.

$$\mathbf{g}(t) = [0, t, 1]^T \quad (5.3)$$

$$\mathbf{n}(t) = [p, q, s]^T = \mathbf{t} \times \mathbf{g}(t) \quad (5.4)$$

$$\forall P \in \pi(t) \quad \mathbf{n}(t)^T P = 0 \quad (5.5)$$

Nejdříve vysvětlení k rovnici roviny - pohybujeme se v souřadném systému prvního zrcadla, kde $F_1 = [0, 0, 0]^T$, a tedy každá z rovin prochází nulou



Obrázek 5.1: Epipolární kružnice na jednom ze dvou obrazů z panoramatické kamery analyzovaných polynomiální metodou. Hledanými body byly rohy krychle, ke každému z nich (resp. pro každou dvojici korespondencí) byla nalezena optimální epipolární rovina. Na obraze vidíme epipolární kružnice odpovídající těmto rovinám a na nich nalezené body $\hat{\mathbf{q}}$ - jsou to ty nejbližší k původním bodům $\mathbf{q}$ (vzdálenost je vyznačena úsečkou, pro ilustraci byla do výpočtu optimální roviny vnesena chyba, abychom lépe viděli vztah bodů $\hat{\mathbf{q}}$ a $\mathbf{q}$). Můžeme si všimnout ještě jednoho faktu - všechny epipolární kružnice se protínají ve dvou bodech (na obraze vidíme jen jeden). Jedná se o epipóly - obrazy bodů, kde spojnice ohnisek obou zrcadel tato zrcadla protíná, a protože spojnice je obsažena v každé epipolární rovině, jsou tyto body na každé epipolární kružnici.

a jejich rovnice mají absolutní člen nulový. Takto zvolené vektory $\mathbf{g}(t)$ nevyhovují, pokud vektor $\mathbf{t}$ leží spolu s nimi v rovině yz . V tom případě zvolíme např. $\mathbf{g}(t) = [t, 0, 1]^T$. Rotace souřadného systému druhé kamery vzhledem k první je dána maticí R , s její pomocí vyjádříme epipolární rovinu v systému druhé kamery

$$\forall P \in \pi^2(t) \quad (R\mathbf{n})^T P = 0. \quad (5.6)$$

V [6] je odvozena rovnice epipolární křivky, do níž se zobrazí průsečík epipolární roviny $\pi(t)$ určené normálovým vektorem $\mathbf{n}(t) = [p, q, s]^T$ s parabolickým zrcadlem

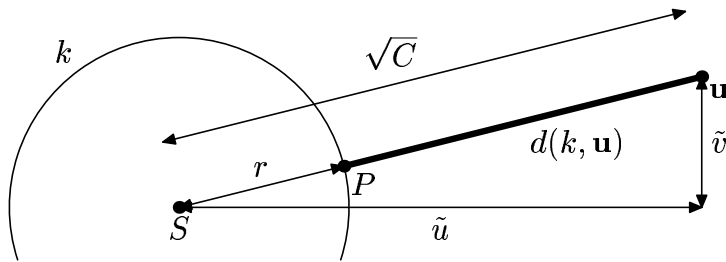
$$\left(x + \frac{ap}{s}\right)^2 + \left(y + \frac{aq}{s}\right)^2 = \frac{a^2}{s^2} \|\mathbf{n}\|^2, \quad (5.7)$$

což je rovnice kružnice

$$k : S = \left[-\frac{ap}{s}, -\frac{aq}{s}\right], \quad r = \frac{a}{|s|} \sqrt{p^2 + q^2 + s^2}. \quad (5.8)$$

Případ, kdy $s = 0$, rozebereme později. Kružnice je určena v souřadném systému obrazové roviny před transformací na pixely. Budeme minimalizovat v normalizované obrazové rovině místo v pixelových souřadnicích, ale pokud má pixelový obraz stejné rozlišení v obou osách a tyto osy jsou na sebe kolmé, což splňuje většina současných kamer, bude výsledek minimalizace v normalizované obrazové rovině stejný.

Nyní vyjádříme vzdálenost bodu $\mathbf{u} = [u, v, 1]^T = K^{-1}\mathbf{q}$ od kružnice se středem $S = [s_x, s_y]$ a poloměrem r . Spočteme ji jako vzdálenost průsečíku P úsečky $S\mathbf{u}$ s kružnicí k od bodu $\mathbf{u}$.¹



Obrázek 5.2: Vzdálenost bodu od kružnice.

¹vzdálenost by šlo vyjádřit jako $|r - |S\mathbf{u}||$, ale bod P budeme ještě dále potřebovat

$$S\mathbf{u} : x = s_x + \delta\tilde{u} \quad (5.9)$$

$$y = s_y + \delta\tilde{v}$$

$$\delta \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$\text{kde } \tilde{u} = u - s_x, \tilde{v} = v - s_y \quad (5.10)$$

$$k : (x - s_x)^2 + (y - s_y)^2 = r^2 \quad (5.11)$$

Po dosazení x a y do (5.11) získáme bod P .

$$\delta = \frac{r}{\sqrt{C}}, \quad (5.12)$$

$$\text{kde } C = \tilde{u}^2 + \tilde{v}^2 \quad (5.13)$$

$$P = \left[s_x + \frac{r\tilde{u}}{\sqrt{C}}, s_y + \frac{r\tilde{v}}{\sqrt{C}} \right] \quad (5.14)$$

A nyní konečně spočteme vzdálenost $|P\mathbf{u}|$

$$|P\mathbf{u}|^2 = d(k, \mathbf{u})^2 = r^2 - 2r\sqrt{C} + C. \quad (5.15)$$

Odbočme nyní k případu, kdy $s = 0$. Potom se jedná o epipolární přímku a rovnice (5.8) neplatí. Přímka vznikne jako průmět průniku zrcadla s epipolární rovinou obsahující osu zrcadla z . Přímka prochází počátkem a její normálový vektor je $[p, q]$. Místo (5.15) použijeme pro spočtení čtverce vzdálenosti bodu $\mathbf{u}$ od přímky vztah

$$d^2 = \frac{(pu + qv)^2}{p^2 + q^2}. \quad (5.16)$$

Vrátíme-li se opět k epipolárním kružnicím, můžeme po postupném dosazení d (5.15), C (5.13), $\tilde{u}$ a $\tilde{v}$ (5.10), s_x , s_y a r (5.8), $\mathbf{n}(t)$ (5.4), $\mathbf{t}$ (5.2) a $\mathbf{g}(t)$ (5.3) do (5.1) získat funkci $f(t)$. Spíše pro ilustraci zde uvádím kratší z obou sčítanců $f(t)$

$$\begin{aligned} d_1 = d(k_1(t), \mathbf{q}_1)^2 = & \left(v_1 - \frac{a_1}{t} \right)^2 + \left(u_1 - \frac{a_1(-t_y + tt_z)}{tt_x} \right)^2 + \\ & + \frac{a_1^2 (t_x^2 + t^2 t_x^2 + (-t_y + tt_z)^2)}{(tt_x)^2} - \\ & - \frac{2a_1 \sqrt{t_x^2 + t^2 t_x^2 + (-t_y + tt_z)^2} \sqrt{\left(v_1 - \frac{a_1}{t} \right)^2 + \left(u_1 - \frac{a_1(-t_y + tt_z)}{tt_x} \right)^2}}{|tt_x|}, \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\text{kde } [t_x, t_y, t_z]^T = \mathbf{t}.$$

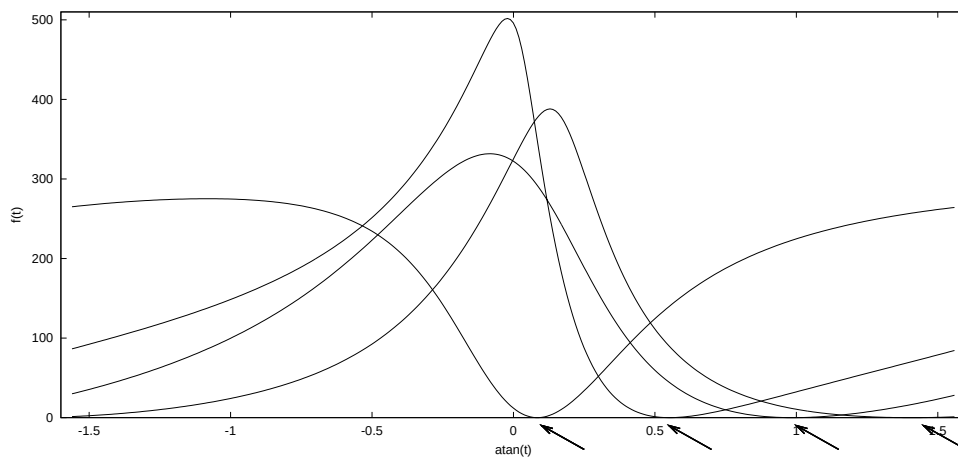
Druhý sčítanec je kvůli rotaci normálového vektoru epipolární roviny ještě komplikovanější, což znamená, že tato metoda ztrácí výhodu, kterou měla pro perspektivní kameru - relativní rychlost. Ta spočívala v tom, že rovnice

$$f'(t) = 0 \quad (5.18)$$

byla převedena na hledání kořenů polynomu šestého stupně. Hledání nulových bodů derivace² funkce $f(t)$ pro panoramatickou kameru se mi nepodařilo převést na úlohu nalezení kořenů polynomu.

Po nalezení t minimalizujícího funkci $f(t)$ získáme z (5.14) body P_i , které bychom v návaznosti na předchozí značení mohli označit $\hat{\mathbf{u}}_i$. Z hledaných $\hat{\mathbf{q}}_i = K\hat{\mathbf{u}}_i$ už získáme výsledný bod $\hat{\mathbf{X}}$. Protože v praxi počítáme vždy s omezenou přesností, nemusí se ani paprsky odpovídající bodům $\hat{\mathbf{q}}_i$ protnout. Použijeme tedy pro získání bodu $\hat{\mathbf{X}}$ metodu nejkratší příčky (délka této příčky bude ale minimální).

5.3 Numerické hledání minima



Obrázek 5.3: Průběh funkce $f(t)$ pro čtyři dvojice obrazových bodů. Šipky ukazují hledaná minima.

Algoritmus pro nalezení minima funkce $f(t)$ jsem založil na použití funkce `fsolve()`³, která ze zadaného počátečního bodu hledá bod, kde je funkce

²pro symbolickou derivaci, stejně jako pro dosazení do $f(t)$ byl použit program MuPAD (www.mupad.de)

³obsahuje ji Octave (www.che.wisc.edu/octave) i Matlab

rovná nule. Uvedu zde tři postupy, které jsem vyzkoušel při hledání toho optimálního, který nalezne správné řešení.

První, který je popsán v tabulce 5.1, je založen na spočtení hodnoty $f(t)$ v několika desítkách bodů a spuštění `fsolve()` v bodě s minimální hodnotou. Vrací přijatelná řešení, ale opakované volání $f(t)$ je časově náročné.

Druhý (viz tabulka 5.2) je modifikací metody půlení intervalu. Ukázalo se, že tímto postupem je možné vyřadit správné řešení.

Třetí (viz tabulka 5.3) je založen na úvaze, že hledané body $\hat{\mathbf{q}}_i$ budou ležet blízko vstupních bodů $\mathbf{q}_i$. Tento postup byl nakonec použit.

-
- | | |
|--------|---|
| krok 1 | spočtu hodnotu funkce $e_i = f(x_i)$ v bodech |
| | $x_i = \arctan\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{n}i\right), i = 0 \dots n$ |
| krok 2 | vyberu j tak, že e_j je minimální |
| krok 3 | zavolám funkci $\mathbf{x} = \text{fsolve}()$ na $f'(t)$ s počátečním bodem x_j |
| krok 4 | je-li $f(x) < e_j$, je výsledkem metody x , jinak je výsledkem x_j |
-

Tabulka 5.1: Algoritmus hledání minima $f(t)$ zkoušením bodů.

-
- | | |
|--------|--|
| krok 1 | založím množinu intervalů M , v nichž budu hledat řešení |
| krok 2 | do množiny vložím interval $\langle -max, max \rangle$ |
| krok 3 | vyberu nejdelší interval $I \in M$ |
| krok 4 | zavolám funkci $\mathbf{x} = \text{fsolve}()$ na $f'(t)$ s počátečním bodem i uprostřed intervalu I |
| krok 5 | pokud je $f(x) < \varepsilon$ končím s výsledkem x |
| krok 6 | jestliže <code>fsolve()</code> dokonvergovala, ale nalezený bod není minimum, odstraním interval $\langle i, x \rangle$ (případně $\langle x, i \rangle$) z množiny M (tj. odečtu jej od všech $J \in M$) a vracím se do kroku 3 |
| krok 7 | jestliže <code>fsolve()</code> nedokonvergovala, odstraním z M interval $\langle i - \varepsilon, i + \varepsilon \rangle$ a pokračuju krokem 3 |
-

Tabulka 5.2: Algoritmus hledání minima $f(t)$ dělením intervalu.

5.4 Hyperbolická kamera

Kamera s hyperbolickým zrcadlem má jako epipolární křivky obecné kuželosečky. Podle [11] vyžaduje určení vzdálenosti bodu od kuželosečky nalezení

-
- krok 1 spočtu t_1, t_2 - parametry odpovídající bodům $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$
 krok 2 založím množinu M a vložím do ní uspořádané dvojice $[t_1, f(t_1)], [t_2, f(t_2)]$
 krok 3 je-li $|\arctan(t_1) - \arctan(t_2)| < \frac{\pi}{2}$ jdu na krok 6
 (t_i leží na opačných koncích)
 krok 4 položím $t_0 = \frac{t_1+t_2}{2}$ a vložím $[t_0, f(t_0)]$ do M
 krok 5 zavolám $\mathbf{x} = \text{fsolve}()$ na $f'(t)$ s počátečním bodem t_0 ,
 vložím $[x, f(x)]$ do M , jdu na krok 7
 krok 6 zavolám $\mathbf{x} = \text{fsolve}()$ dvakrát na $f'(t)$ s počátečními
 body t_1 a t_2 a do M vložím $[x_i, f(x_i)]$
 krok 7 vyberu z M $[t, f(t)]$ s nejnižším $f(t)$, výsledkem bude t
-

Tabulka 5.3: Algoritmus hledání minima $f(t)$ z bodů $\mathbf{q}_i$.

kořenů polynomu čtvrtého stupně. Proto není možné pro hyperbolickou kameru sestavit funkci $f(t)$.

V [9] je odvozen postup transformace obrazu hyperbolické kamery na obraz kamery parabolické. Nejdříve jsou spočteny parametry parabolické kamery tak, aby byl minimalizován posun bodů v obrazových souřadnicích. Pak je do každého bodu $\mathbf{q}_p$ nového obrazu zkopírován bod $\mathbf{q}_h$ zobrazující stejný paprsek.

Mírnou úpravou adaptujeme tento postup pro naši potřebu. Jediným rozdílem je to, že nepotřebujeme transformovat celý obraz, ale pouze obrazové body, pro něž provádíme triangulaci. Pro tyto body $\mathbf{q}_h$ tedy vypočteme souřadnice $\mathbf{q}_p$ v obraze nové parabolické kamery tak, aby směr paprsku zůstal nezměněn.

Optimální parametr nového parabolického zrcadla a_p je v [9] vyjádřen jako funkce

$$a_p = g(a_h, b_h, K_{h11}, \alpha_0), \quad (5.19)$$

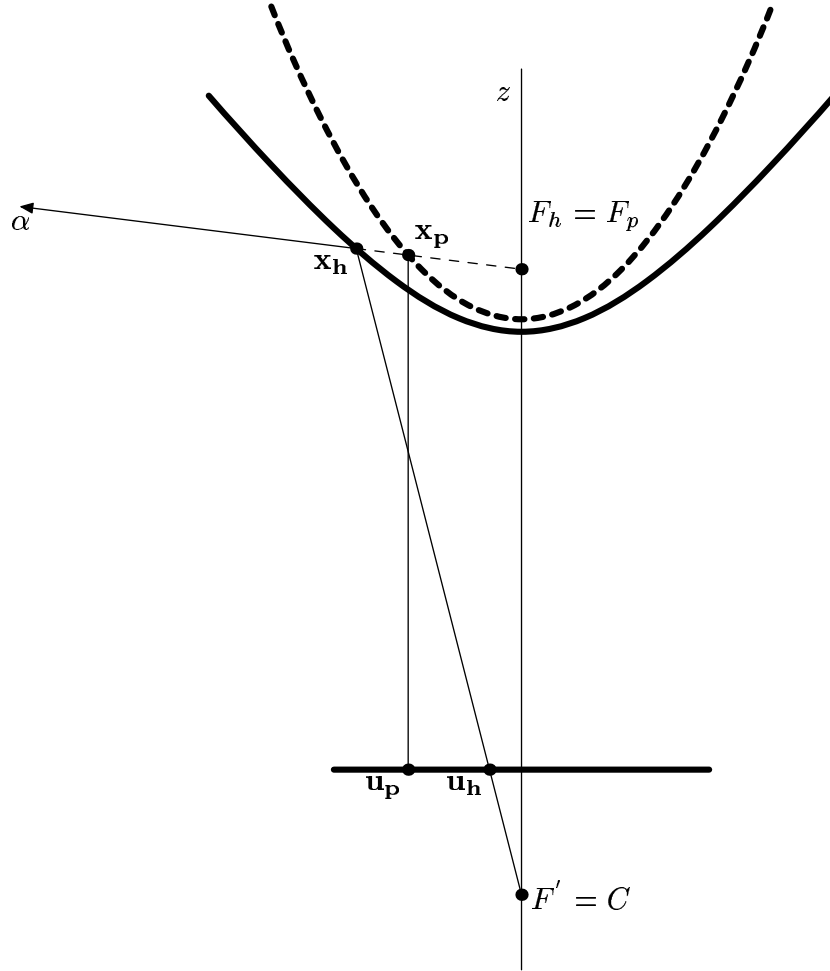
kde α_0 udává rozsah pozorovaných paprsků - je to maximální úhel, který může paprsek svírat s osou z , aby byl pozorován. Lze jej spočítat z parametrů zrcadla. K_h je kalibrační matice hyperbolické kamery. Nová kalibrační matice bude mít tvar

$$K_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 & K_{h13} \\ 0 & 1 & K_{h23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.20)$$

K obrazovým bodům $\mathbf{q}_{hi}$, pro něž máme triangulaci nalézt jim odpovídající prostorový bod $\mathbf{X}$, nejdříve spočteme body na zrcadle $\mathbf{x}_{hi}$. Postup je

popsán v kapitole 4.1. Tyto body převedeme do sférických souřadnic

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ r_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan(\frac{y_h}{x_h}) \\ \arctan(\frac{\sqrt{x_h^2 + y_h^2}}{z_h}) \\ \sqrt{x_h^2 + y_h^2 + z_h^2} \end{bmatrix}, \quad \text{kde} \quad \begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{bmatrix} = \mathbf{x}_h. \quad (5.21)$$



Obrázek 5.4: Převod hyperbolické kamery na parabolickou. Oba body $\mathbf{x}_h$ a $\mathbf{x}_p$ mají společnou elevaci i azimut.

Výhodou těchto souřadnic je to, že elevace α i azimut θ zůstanou u transformovaného bodu $\mathbf{x}_p$ nezměněny, protože směr paprsku musí zůstat stejný. Pomocí parametrického vyjádření rovnice paraboly

$$r_{xy} = r_p \sin \alpha \quad (5.22)$$

$$z = r_p \cos \alpha + \frac{a}{2},$$

$$\text{kde } r_p = \frac{a}{1 - \cos \alpha}$$

spočteme vzdálenost r_{xy} bodu $\mathbf{x}_p$ od středu F_p v průmětu do roviny xy (u parabolické kamery je projekce ortogonální a souřadnice z nás tedy nezajímá⁴)

$$r_{xy} = \frac{a_p}{1 - \cos(\alpha)} \sin(\alpha). \quad (5.23)$$

Nyní již máme průmět bodu $\mathbf{x}_p$ do obrazové roviny v polárních souřadnicích (r_{xy}, θ) , převedeme jej do kartézských

$$\mathbf{u}_p = \begin{bmatrix} r_{xy} \cos(\theta) \\ r_{xy} \sin(\theta) \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

Posledním krokem je převod na pixelové souřadnice

$$\mathbf{q}_p = K_p \mathbf{u}_p. \quad (5.25)$$

Převedli jsme body v obraze hyperbolické kamery na body v obraze parabolické kamery a známe parametry této nové kamery (a_p (5.19), K_p (5.20), pozice a orientace zůstává stejná). Můžeme aplikovat postup pro parabolickou kameru popsany v kapitole 5.2.

5.5 Euklidovská vzdálenost

Epipolární metoda je založena na minimalizaci čtverce chyby v obraze, nabízí se tedy její varianta, která bude minimalizovat skutečnou vzdálenost. Stačí jen upravit předpis $f(t)$ (5.1) na

$$f(t) = d(k_1(t), \mathbf{q}_1) + d(k_2(t), \mathbf{q}_2). \quad (5.26)$$

Ze vztahu (5.15) vidíme, že vyjádření čtverce vzdálenosti bodu od epipolární kružnice je jednodušší než vyjádření samotné vzdálenosti. To je nevýhodou euklidovské varianty metody epipolárních kružnic.

⁴nebudeme vlastně znát bod $\mathbf{x}_p$, ale nám postačuje jeho průmět $\mathbf{u}_p$

Kapitola 6

Faktory omezující přesnost triangulace

Je zřejmé, že pokud budou vstupem obou prezentovaných metod triangulace obrazy $\mathbf{q}_i$ bodu $\mathbf{X}$ nezatížené chybou, bude jejich výstupem bod totožný s bodem $\mathbf{X}$. Zajímavé bude tedy zkoumat chování metod pro vstup zatížený určitou chybou.

6.1 Šum v obrazových souřadnicích

Předpokládáme, že souřadnice obrazových bodů $\mathbf{q}_i$ jsou zatížené Gaussovským šumem s nulovou střední hodnotou. Podle [7] se při výpočtu bodu na zrcadle $\mathbf{x}$ z obrazového bodu $\mathbf{q}$ (tento výpočet je použit v metodě nejkratší příčky i v epipolární metodě) v případě hyperbolické kamery tento šum transformuje tak, že není Gaussovský a jeho střední hodnota je nenulová.

Důvodem je projektivní zobrazení hyperbolické kamery, na rozdíl od zobrazení ortografického kamery parabolické. Ve zmiňovaném článku je uveden postup výpočtu nevychýleného $\mathbf{x}$, ale zároveň je simulovaným měřením ukázáno, že pro malé hodnoty šumu je vychýlení při standardním výpočtu $\mathbf{x}$ zanedbatelné. Proto jsem se rozhodl toto vychýlení neuvažovat.

6.2 Chyby v sestavení kamery

Kromě šumu v obrazových bodech jsou chybou zatíženy i vnitřní parametry kamery a může dojít i k nepřesnému sesazení kamery a zrcadla. Zaměříme se na jednu chybu, která je u hyperbolické kamery nejpravděpodobnější - správná vzdálenost ohniska zrcadla F od středu kamery C , tj. aby druhé

ohnisko zrcadla F' bylo totožné s C . Abychom zjistili experimentem na syntetických datech (budou popsány v kapitole 7), jaký vliv má nepřesnost sestavení na triangulaci, musíme nejdříve odvodit postup, jak ze skutečného bodu $\mathbf{X}$ získat jeho obraz $\mathbf{q}$ ve špatně sestavené kameře.

Není totiž možné vygenerovat obrázek ze špatně sestavené kamery a souřadnice $\mathbf{q}$ odečíst z něj, protože by to bylo nepřesné a nekonzistentní se syntetickým experimentem na vliv šumu v obraze, v němž budeme simulovaný šum také přičítat k přesně vypočteným bodům $\mathbf{q}$, nikoli k souřadnicím získaným z obrazu.

Předpokládejme, že bod $C = [0, 0, z_c]^T$ (souřadnice jsou v systému zrcadla) leží správně v ose zrcadla. Nalezneme paprsek, který z bodu $\mathbf{X} = [x_m, y_m, z_m]^T$, po odraze na hyperbolickém zrcadle v bodě $\mathbf{x} = [x_h, y_h, z_h]^T$, projde bodem C .

Pro parametrizaci těch paprsků z bodu $\mathbf{X}$, které jsou vhodnými kandidáty, použijeme bod na ose z , do kterého míří. Označme jej $G = [0, 0, z_g]^T$. Bod $\mathbf{x}$ bude průsečíkem úsečky $\mathbf{XG}$

$$\begin{aligned} \mathbf{XG} : x &= \lambda x_m, \\ y &= \lambda y_m, \\ z &= \lambda(z_m - z_g) + z_g, \\ \lambda &\in \langle 0, 1 \rangle \end{aligned} \quad (6.1)$$

s hyperbolickým zrcadlem

$$\frac{(z + e)^2}{a^2} - \frac{x^2 + y^2}{b^2} = 1. \quad (6.2)$$

Po dosazení (6.1) do (6.2) získáme

$$\lambda_{1,2} = \frac{b^2 e z_m - b^2 e z_g + b^2 z_g z_m - b^2 z_g^2 \pm ab\sqrt{D}}{2b^2 z_g z_m - b^2 z_g^2 + a^2 x_m^2 + a^2 y_m^2 - b^2 z_m^2}, \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \text{kde } D &= 2e z_g x_m^2 - 2b^2 z_g z_m + 2e z_g y_m^2 + b^2 z_g^2 - a^2 y_m^2 + \\ &+ b^2 z_m^2 + e^2 x_m^2 + e^2 y_m^2 + z_g^2 x_m^2 + z_g^2 y_m^2. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Pokud je $\lambda_{1,2} < 0$, leží $\mathbf{X}$ uvnitř zrcadla a bod není na obraze vidět, pro $\lambda_{1,2} > 0$ je správné $\lambda = \min(\lambda_{1,2})$, v ostatních případech $\lambda = \max(\lambda_{1,2})$. Zdůvodnění viz [5]. Nyní již máme souřadnice odrazu paprsku na zrcadle

$$\mathbf{x} = [\lambda x_m, \lambda y_m, \lambda(z_m - z_g) + z_g]^T \quad (6.5)$$

a potřebujeme zjistit, kterým směrem se odrazí. Paprsek leží v rovině dané osou z (osa zrcadla) a bodem $\mathbf{X}$ a v této rovině bude ležet i odražený paprsek.

Pro použití zákona odrazu musíme zjistit elevaci tečny (úhel, který svírá s osou z), označíme ji α , a elevaci paprsku $\mathbf{XG}$, označíme ji β . Vektor tečny

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \left[t, kt, \frac{a}{b} \sqrt{b^2 + t^2(1 + k^2)} \right]^T, \quad \text{kde } t = x_h, \quad k = \frac{y}{x}, \quad (6.6)$$

je odvozen v [7]. Elevace tečny tedy je

$$\alpha = \arctan \left(\frac{b \sqrt{b^2 + t^2 + (1 + k^2)}}{a t \sqrt{1 + k^2}} \right). \quad (6.7)$$

Elevace paprsku vyplývá z jeho rovnice (6.1)

$$\beta = \arctan \left(\frac{\sqrt{x_m^2 + y_m^2}}{z_m - z_g} \right). \quad (6.8)$$

Z úhlu dopadu i odrazu $\varepsilon = \alpha - \beta$ spočteme elevaci odraženého paprsku $\omega = \alpha - \varepsilon$. Vzájemné vztahy úhlů jsou patrné z obrázku 6.1. Koncový bod paprsku na ose z $\mathbf{G}'$ má souřadnice

$$\mathbf{G}' = \left[0, 0, -\frac{\sqrt{x_h^2 + y_h^2}}{\text{tg}(\omega)} + z_h - z_c \right]^T, \quad (6.9)$$

přičemž pro paprsek, který se zobrazí v kameře, musí platit $\mathbf{G}' = C$. Nepokoušel jsem se tuto rovnici analyticky vyřešit, protože slouží pouze k výpočtení souřadnic bodu $\mathbf{q}$ při špatně sestavené kameře. Není tedy součástí ani jedné z metod triangulace a větší časová náročnost numerického řešení není podstatná.

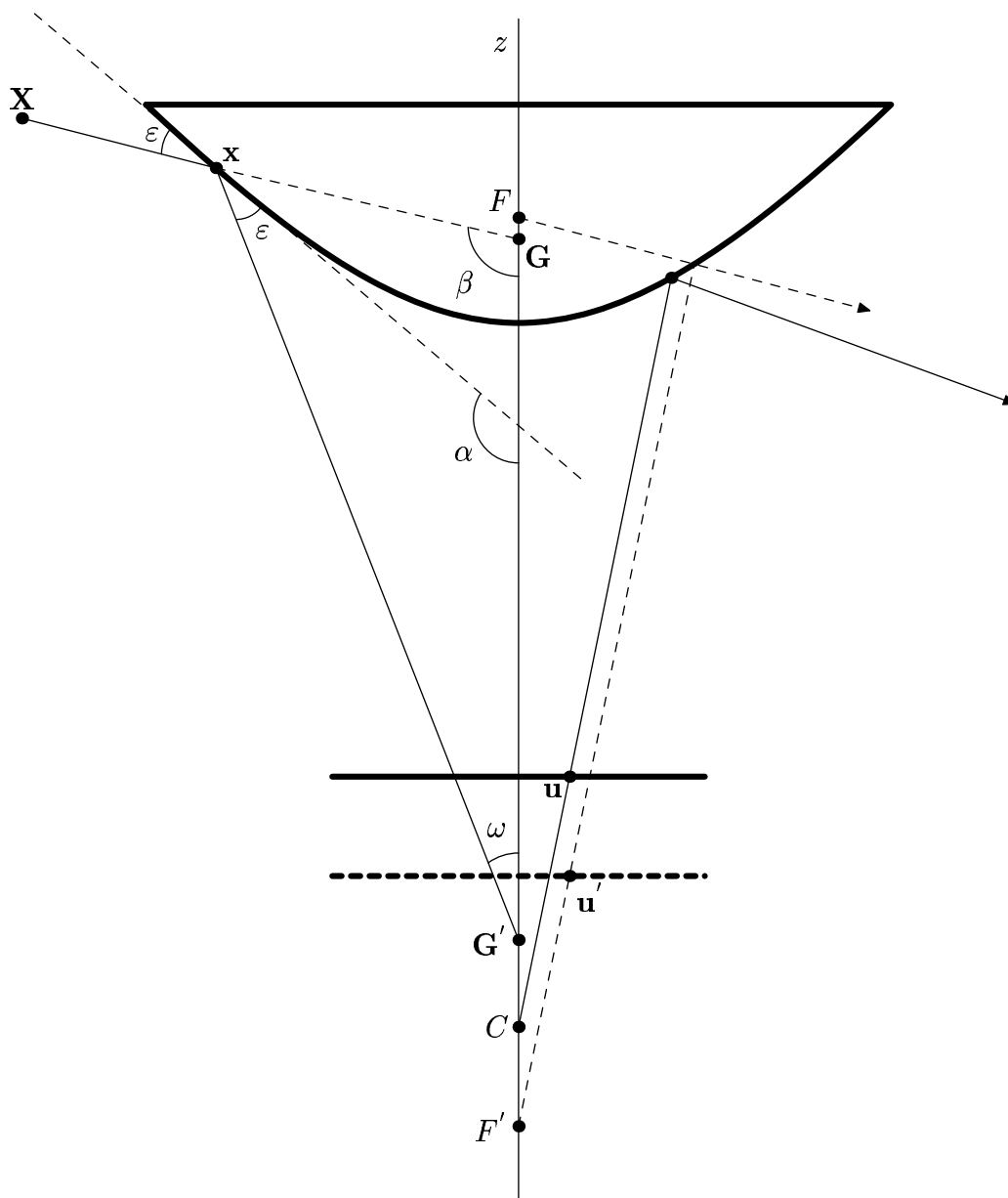
Výsledkem řešení bude z_g charakterizující hledaný paprsek a ze vztahu (6.5) získáme $\mathbf{x}$. Pak už podle [6] spočteme požadovaný bod $\mathbf{q}$, do něhož se $\mathbf{x}$ promítne

$$\mathbf{q} = K \frac{1}{z_C} R_C(\mathbf{x} - \mathbf{t}_C), \quad \text{kde } [x_C, y_C, z_C]^T = \mathbf{x}_C. \quad (6.10)$$

Připomínám, že dolní index C značí souřadný systém kamery.

6.3 Teoretické možnosti rekonstrukce

Z obrazů panoramatické kamery pořízených ze dvou různých pozic F_1, F_2 (pro jednoduchost budeme předpokládat, že kamera nezměnila orientaci, tedy $R = I_3$) nebude možné nezávisle na zvolené metodě zrekonstruovat všechny



Obrázek 6.1: Chybné sestavení kamery. V levé části vidíme paprsek z X mířící do G . Hledáme takový bod G , pro který paprsek dopadne do C ($G' = C$). V pravé části ilustrujeme chybu, která vznikne při špatném sestavení zrcadla. Skutečný paprsek je nakreslen plnou čarou. Čárkovanou čarou je nakreslen paprsek, který rekonstruujeme z obrazu, když předpokládáme správně sestavenou kameru. Prochází bodem u' v čárkované obrazové rovině patřící správně sestavené kameře.

prostorové body $\mathbf{X}$, přestože máme oba jejich obrazy $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$. Je zřejmé, že mezi tyto body patří vždy přímka F_1F_2 .

Dalšími takovými body budou ty, jejichž obrazy leží na stejných souřadnicích - při stejně orientovaných kamerách¹ to znamená rovnoběžné paprsky, z nichž nelze určit vzdálenost bodu. Obecněji můžeme říci, že pokud je vzdálenost korespondencí (tzv. disparita) menší než uvažovaná míra šumu, není triangulace smysluplná.

Pro danou kameru a její dvě pozice $F_{1,2} = [\pm \frac{u}{2}, 0, 0]^T$ se pokusíme stanovit oblast, v níž musí bod $\mathbf{X}$ ležet, aby bylo možné jej rekonstruovat. Pro pravidelně rozmístěné body

$$\mathbf{X}_{ijk} = [iu, ju, ku]^T, \quad \text{kde } i, j, k \in \{-n \dots n\}$$

spočteme jejich obrazy a disparitu $d_{ijk} = |\mathbf{q}_{ijk1}\mathbf{q}_{ijk2}|$. Body, pro něž je $d_{ijk} > l$, kde l je stanovená minimální vzdálenost pro rekonstrukci, leží v hledané oblasti.

Grafické znázornění této oblasti koulemi v bodech s požadovanou disparitou je na obrázcích 6.2 (hyperbolická kamera) a 6.3 (parabolická kamera). Spojnice obou ohnisek leží na předozadní ose x .

Povšimněme si nejdříve tvaru oblasti. Viditelné rozdíly (zejména ve spodních pohledech) mezi hyperbolickou a parabolickou kamerou jsou způsobeny pouze parametry použitých kamer (viz tabulka 6.1), naše parabolická kamera má menší zorné pole (přibližně jednu polokouli, proto je spodní strana oblasti rovná) než hyperbolická. Nejedná se tedy o obecný rozdíl mezi těmito dvěma typy kamer.

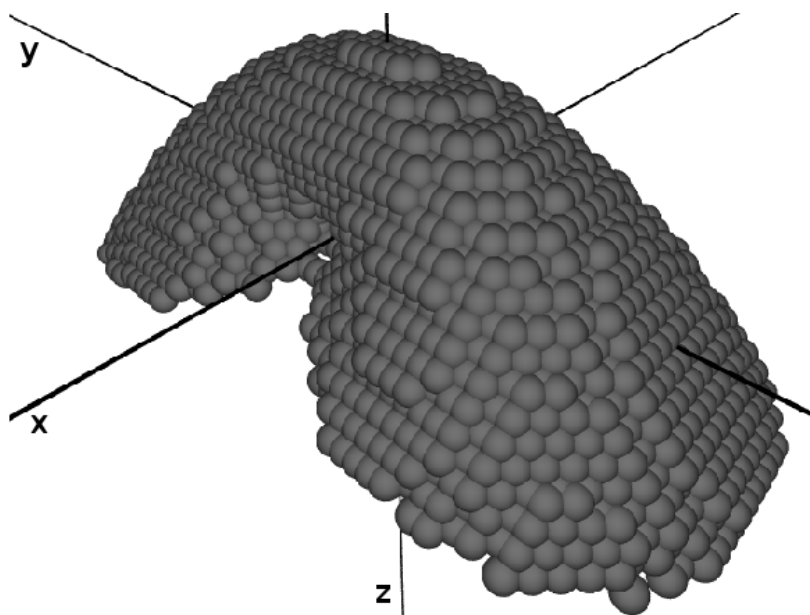
kamera	a [mm]	b [mm]	r_{rim} [mm]	rozlišení [pixel]
parabolická	19.61	-	20	1024×1024
hyperbolická	28.10	23.41	30	1024×1024

$$K_h = \begin{pmatrix} 1248.383 & 0 & 511.5 \\ 0 & 1248.383 & 511.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad K_p = \begin{pmatrix} 25.6 & 0 & 511.5 \\ 0 & 25.6 & 511.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

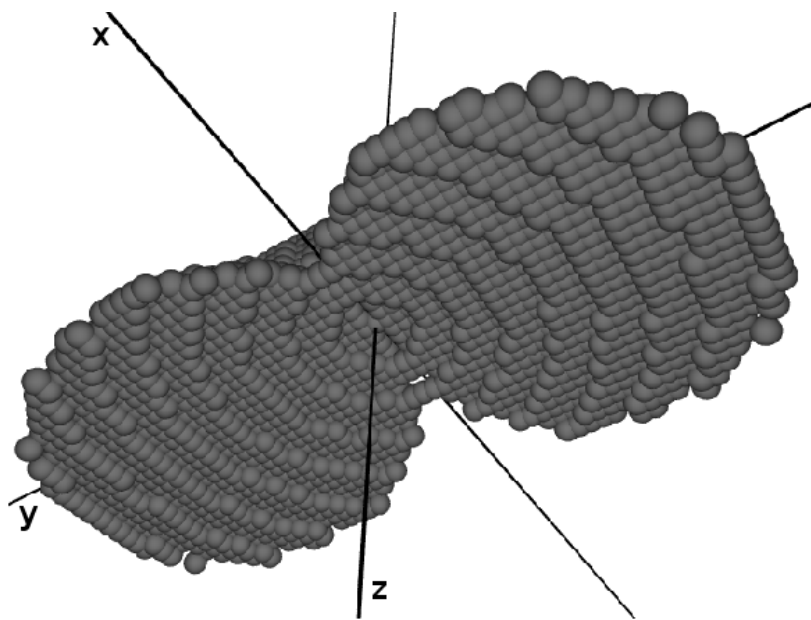
Tabulka 6.1: Parametry syntetických kamer použitých pro testování.

Z obrázků lze vysledovat tři faktory, které ovlivňují tvar oblasti. Už jsme zmínili, jak parametry použitého zrcadla ovlivňují zorné pole kamery a tím i její spodní hranici.

¹různá orientace kamer ovšem není výhodou, pouze by komplikovala výpočet

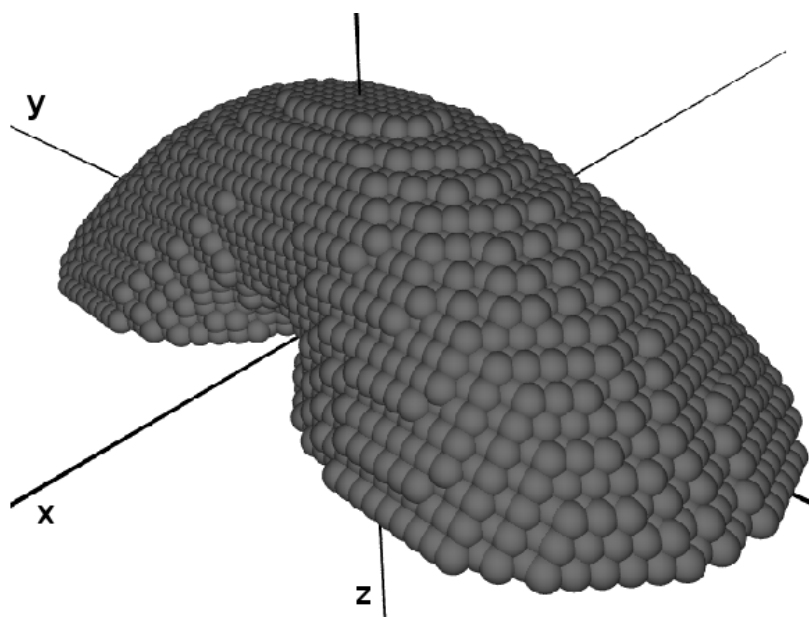


(a) horní pohled

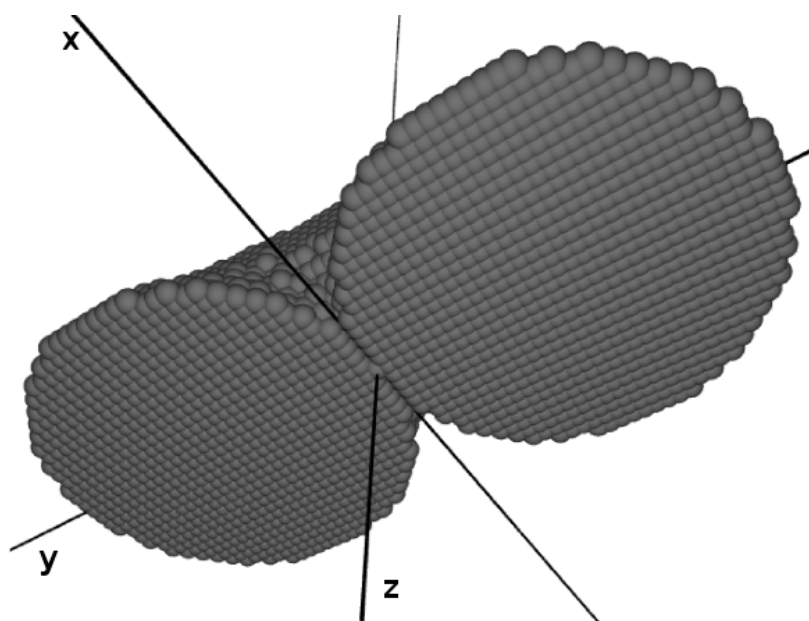


(b) dolní pohled

Obrázek 6.2: Oblast možné rekonstrukce (hyperbolická kamera).



(a) horní pohled



(b) dolní pohled

Obrázek 6.3: Oblast možné rekonstrukce (parabolická kamera).

To, že je oblast nejdelší ve směru pravo-levé osy y (směr kolmý na spojnicí obou ohnisek) je způsobeno tím, že u bodů v tomto směru je největší rozdíl mezi směry paprsků, které z něj jdou do obou kamer. Naopak v oblasti chybí kužel s osou x (přímka F_1F_2) a vrcholem v nule.

Z horního pohledu si můžeme všimnout, že oblast se rozšiřuje směrem dolů, a to i pod rovinou xy . To je způsobeno tím, že stejná disparita bodů ležících blízko osy zrcadla znamená mnohem větší úhlový rozdíl mezi paprsky než u bodů se stejnou disparitou ale ležících u kraje zrcadla.

Přibližnou velikost oblasti pro různé hodnoty l ukazuje tabulka 6.2. Velikost spojnice kamer $|F_1F_2|$ byla 10 mm, měřili jsme hranice oblasti ve směrech os a přibližný objem oblasti.

l [pixel]	x [m]		y [m]		z [m]		$V[\text{m}^3]$
hyperbolická kamera							
1.00	-2.20	2.20	-4.40	4.40	-1.20	1.60	31.46
2.00	-1.08	1.08	-1.98	1.98	-0.54	0.72	3.92
3.00	-0.64	0.64	-1.28	1.28	-0.32	0.48	1.16
4.00	-0.42	0.42	-0.98	0.98	-0.28	0.28	0.46
5.00	-0.36	0.36	-0.84	0.84	-0.24	0.24	0.25
6.00	-0.30	0.30	-0.70	0.70	-0.20	0.20	0.15
7.00	-0.24	0.24	-0.56	0.56	-0.16	0.16	0.09
8.00	-0.24	0.24	-0.48	0.48	-0.12	0.18	0.06
9.00	-0.24	0.24	-0.44	0.44	-0.12	0.16	0.04
10.00	-0.22	0.22	-0.44	0.44	-0.12	0.16	0.03
parabolická kamera							
1.00	-2.40	2.40	-5.00	5.00	-0.00	2.40	54.65
2.00	-1.08	1.08	-2.34	2.34	-0.00	1.08	7.13
3.00	-0.80	0.80	-1.60	1.60	-0.00	0.80	2.29
4.00	-0.56	0.56	-1.12	1.12	-0.00	0.56	0.95
5.00	-0.48	0.48	-0.96	0.96	-0.00	0.48	0.51
6.00	-0.40	0.40	-0.80	0.80	-0.00	0.40	0.30
7.00	-0.32	0.32	-0.64	0.64	-0.00	0.32	0.18
8.00	-0.30	0.30	-0.60	0.60	-0.00	0.30	0.12
9.00	-0.24	0.24	-0.52	0.52	-0.00	0.24	0.08
10.00	-0.24	0.24	-0.50	0.50	-0.00	0.24	0.05

Tabulka 6.2: Velikost oblasti možné rekonstrukce.

Kapitola 7

Experimenty se syntetickými daty

Při testování metod triangulace jsem provedl řadu experimentů na syntetických datech. Jejich výhodou je, že známe přesně souřadnice všech bodů, čehož lze v první fázi využít k ověření správnosti implementace metod. Dále to umožňuje přidávat k přesným datům simulovanou chybu o známé velikosti a sledovat chování metod při této chybě.

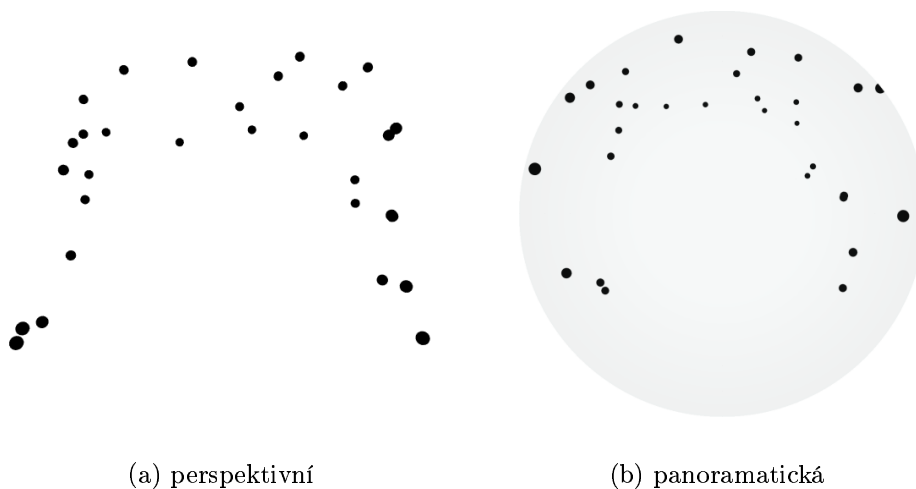
Vzájemná pozice kamer, určených bodů scény a simulovaná chyba se lišily podle experimentu a budou uvedeny v jejich popisu. Tam, kde to mělo smysl, byl stejný experiment proveden vždy pro hyperbolickou i parabolickou kameru. Navržené metody sice mohou triangulaci provést i na dvou obrazech z různých kamer, ale nebyl důvod, proč kamery při experimentech kombinovat. Parametry kamer odpovídají skutečným kamerám v CMP a jsou uvedeny v tabulce 6.1.

Pro některé pozice kamery jsem vygeneroval¹ příslušný obraz scény (viz obrázek 7.1), ale přesto jsem vždy použil přesně vypočtené souřadnice korepondencí a generované obrazy sloužily pouze pro grafické znázornění. Simulovaný šum v obraze byl vytvořen přičtením náhodného čísla generovaného podle Gaussovského rozdělení s nulovou střední hodnotou a standardní odchylkou odpovídající zvolené míře šumu.

Byly měřeny dvě chyby triangulace - 3D chyba je vzdálenost spočteného bodu $\hat{\mathbf{X}}$ a skutečného bodu $\mathbf{X}$. 2D chyba je součtem vzdáleností obrazů bodu $\hat{\mathbf{X}}$ (v epipolární metodě označovaných jako $\hat{\mathbf{q}}_i$) a obrazů bodu $\mathbf{X}$.

Zjištění chyby pro danou pozici kamer a úroveň šumu spočívalo ve 100 opakováních triangulace (při každém byl generován nový šum) pro všech 30 bodů scény. Z naměřených chyb byla spočtena střední hodnota, medián i rozptyl. V tabulkách i grafech pracujeme s mediánem, který je méně ovlivněn extrémními chybami. Pro představu o stabilitě metody uvádíme i rozptyl.

¹programem POV-Ray, www.povray.org



Obrázek 7.1: Vygenerovaná scéna z experimentu rekonstrukce okolí (kapitola 7.2) zobrazené perspektivní kamerou (a) a parabolickou kamerou (b).

7.1 Vzrůstající šum, různé směry

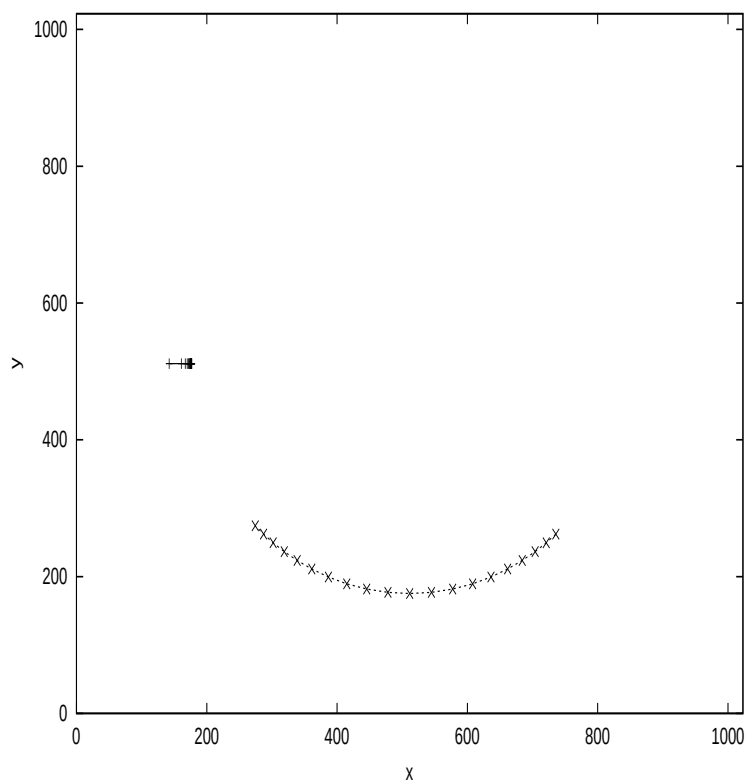
Jak bylo uvedeno v kapitole 6.3, bude úspěšnost triangulace do značné míry záviset na pozici bodu vzhledem k spojnici obou kamer, z jejichž obrazů je triangulace prováděna. Tímto experimentem jsem zjišťoval, jak se bude chyba v triangulaci měnit při vzrůstajícím simulovaném šumu (0-3 pixely) ve dvou hlavních směrech.

Rekonstruovaná scéna obsahuje 30 bodů soustředěných do koule o poloměru 50 mm (tento poměrně malý poloměr byl zvolen proto, že cílem bylo zjistit chování triangulace v konkrétním směru). V prvním (nejméně příznivém) případě sejmula kamera dva obrazy při pohybu směrem ke scéně a to ve vzdálenosti 1500 mm a 500 mm. V druhém (pro triangulaci výhodném) případě sejmula kamera dva obrazy při pohybu podél scény. Rozdíl v disparitě korespondencí mezi těmito dvěma směry je patrný z grafu 7.2.

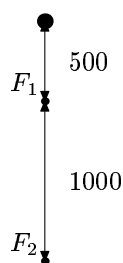
Obě pozice kamery a střed scény tvořily rovnostranný trojúhelník o straně 1000 mm. V obou případech byl střed koule 50 mm nad úrovní středů kamer. Rozestavení kamer znázorňuje obrázek 7.3.

Výsledky experimentu obsahují grafy 7.4 (pohyb k objektu) a 7.5 (pohyb vedle objektu). Menší 3D chyba u parabolické kamery je dána jejím menším zorným polem a tím vyšším rozlišením. Bude tomu tak i u následujících experimentů.

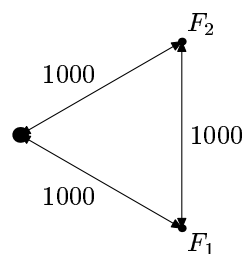
Z porovnání 3D chyby v obou směrech vidíme, že při stejné průměrné



Obrázek 7.2: Pohyb korespondujících bodů závisí na poloze prostorového bodu vzhledem k směru pohybu kamery (ta se pohybovala ve směru osy x). Obrazy bodu ležícího vedle směru pohybu tvoří dlouhý oblouk, kdežto obrazy bodu ležícího ve směru pohybu tvoří krátkou úsečku.

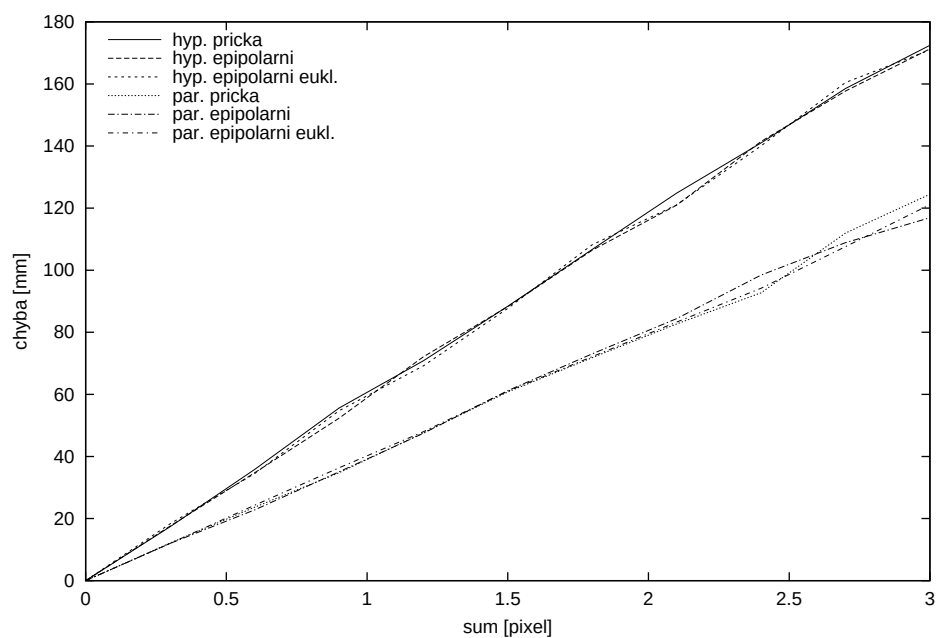


(a)

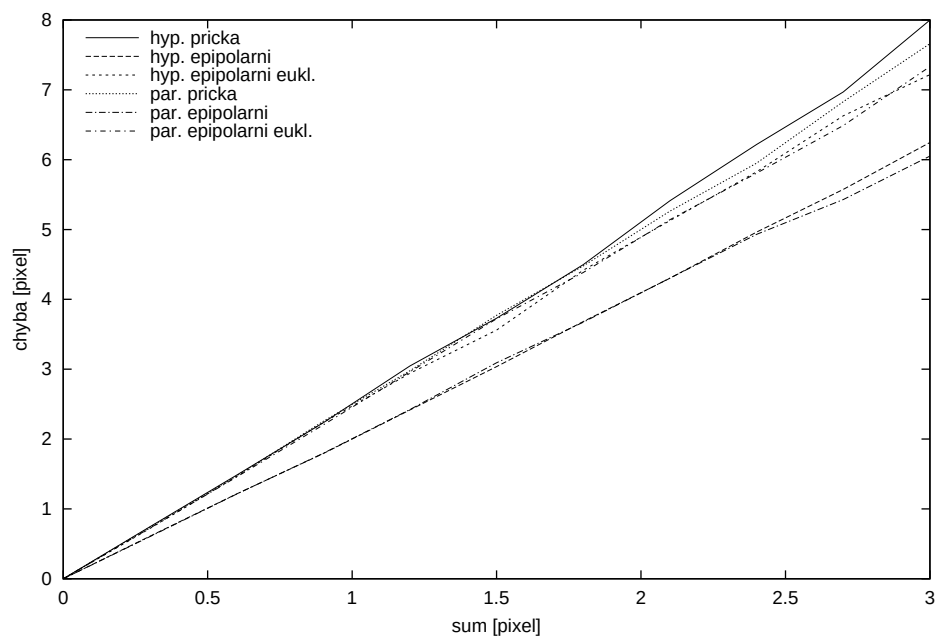


(b)

Obrázek 7.3: Rozestavení scény a kamery. První případ, pohyb k objektu, ukazuje obrázek (a), druhý případ, pohyb podél objektu, obrázek (b).

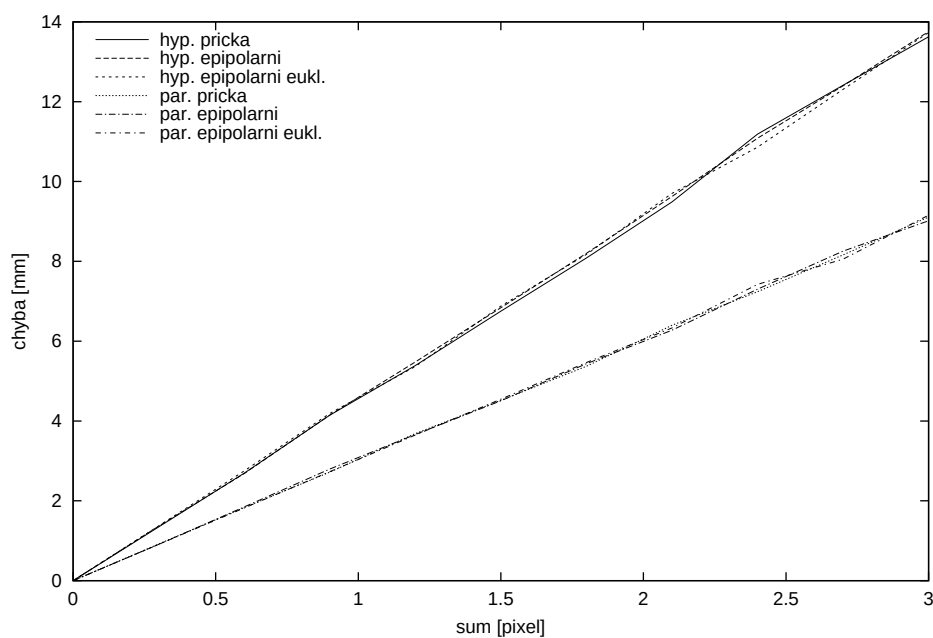


(a) 3D chyba

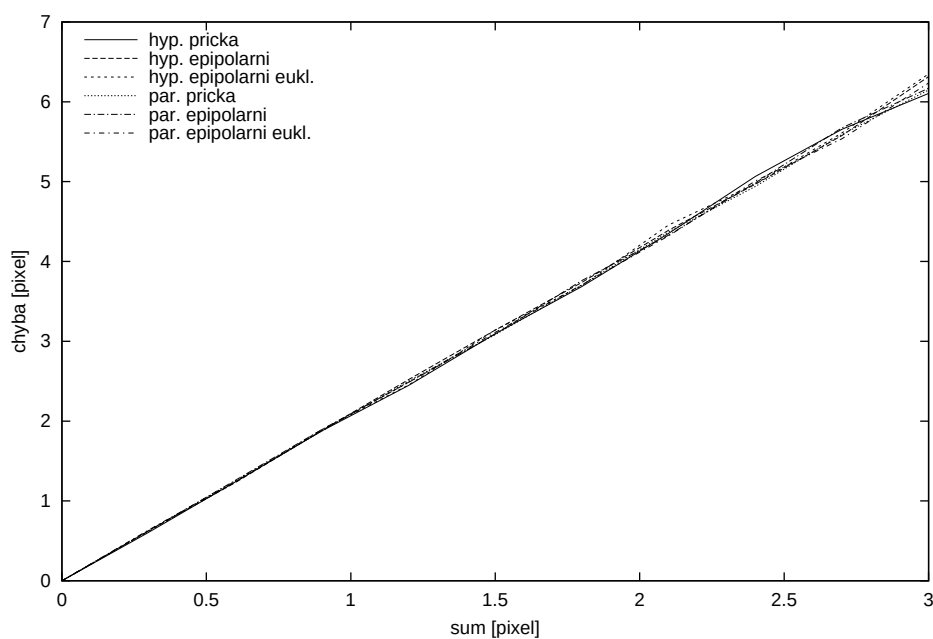


(b) 2D chyba

Obrázek 7.4: Medián chyby rekonstrukce objektu ve směru pohybu kamery.

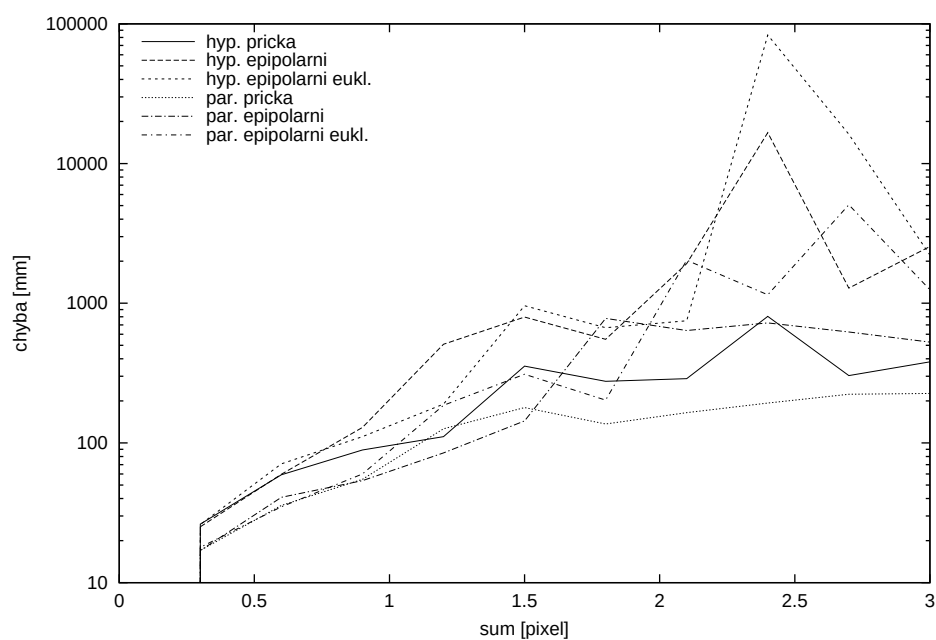


(a) 3D chyba

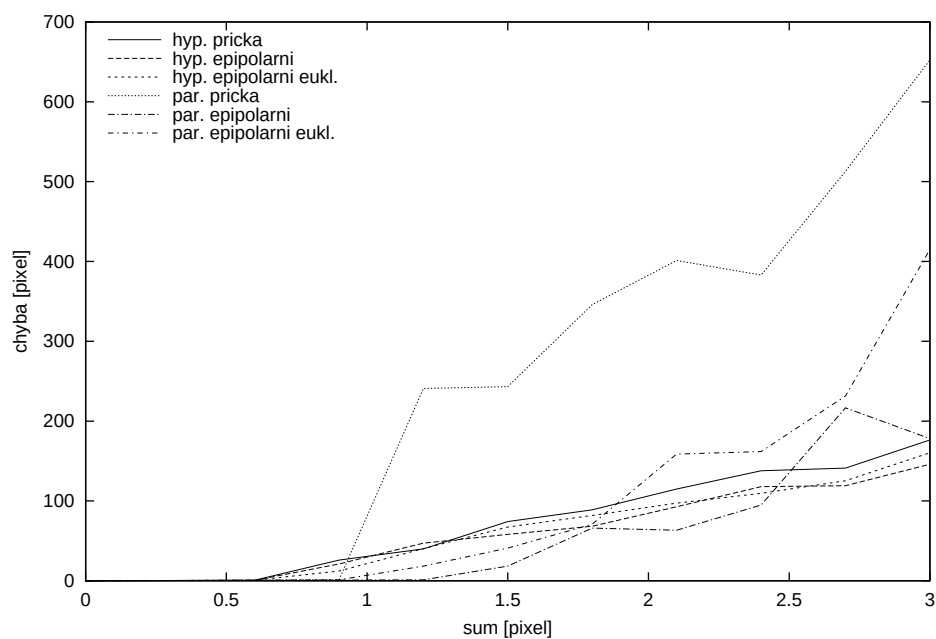


(b) 2D chyba

Obrázek 7.5: Medián chyby rekonstrukce objektu při pohybu vedle něj.

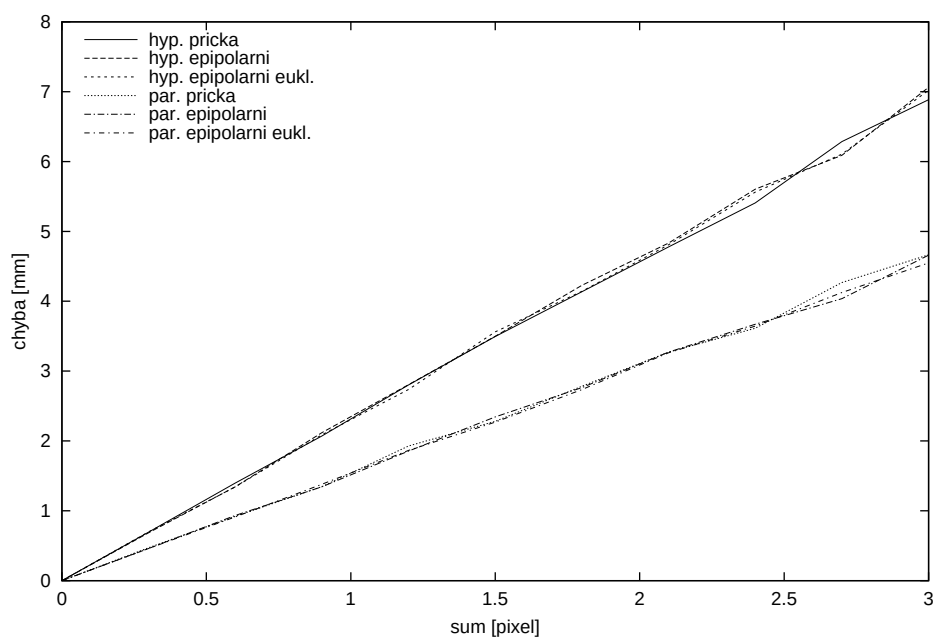


(a) logaritmus rozptylu 3D chyby

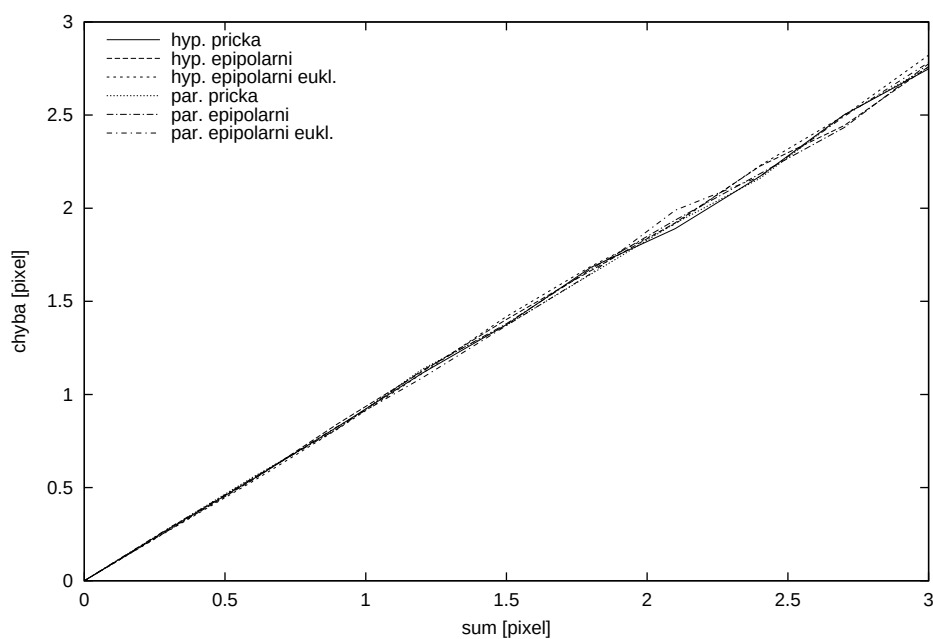


(b) rozptyl 2D chyby

Obrázek 7.6: Rozptyl chyby rekonstrukce objektu ve směru pohybu kamery.



(a) rozptyl 3D chyby



(b) rozptyl 2D chyby

Obrázek 7.7: Rozptyl chyby rekonstrukce objektu při pohybu vedle něj.

vzdálenosti kamer v obou případech (1000 mm), je chyba v prvním případě až 13-krát vyšší. Mezi jednotlivými metodami nejsou patrné žádné rozdíly.

Velikost 2D chyby se v obou případech neliší, protože jsme simulovali stejnou míru šumu v obrazových souřadnicích. Ve stabilnějším druhém případě opět nejsou patrné rozdíly mezi metodami, ale v prvním případě se projevilo, že metoda epipolárních kružnic minimalizuje 2D vzdálenost. Nejlepší výsledky měla tedy metoda epipolárních kružnic, následovala její euklidovská varianta, nejhůře dopadla nejkratší příčka.

Při srovnání rozptylu je rozdíl mezi oběma směry jasně patrný, při optimálním směru pohybu vedle scény (graf 7.7) se všechny metody chovají stabilně a není mezi nimi viditelný rozdíl. Při nepříznivém směru pohybu ke scéně (graf 7.6) se chování metod výrazně liší. Nejstabilnější je metoda nejkratší příčky, pak metoda epipolárních kružnic a nakonec její euklidovská varianta.

7.2 Rekonstrukce okolí

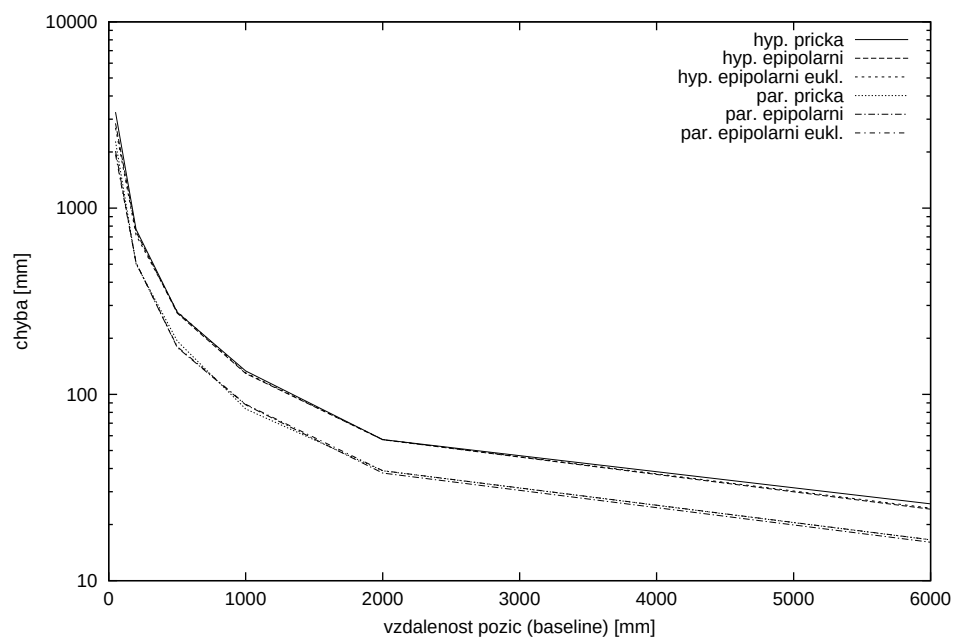
Výhodou použití panoramatické kamery pro rekonstrukci scény oproti kameře perspektivní je především to, že ze dvou obrazů můžeme zrekonstruovat celé okolí, pokud spadá do oblasti možné rekonstrukce (viz kapitola 6.3). Tento experiment má simulovat rekonstrukci místnosti v závislosti na délce spojnice obou pozic kamery při konstantní míře šumu 1 pixel.

Místnost má velikost $6000 \times 6000 \times 3000$ mm a kamera se pohybuje ve výšce 200 mm z pozice u středu jedné stěny směrem ke středu protější stěny. Na třech stěnách je náhodně rozmístěno 30 bodů (na každé 10). Kamera na své cestě sejme 7 obrazů a to po ujetí 0,50,200,500,1000,2000 a 6000 mm. Při rekonstrukci scény je vždy použit první obraz, jako druhý je použit jeden ze zbývajících. Změříme tedy chybu triangulace při šesti různých délkách spojnice pozic kamer.

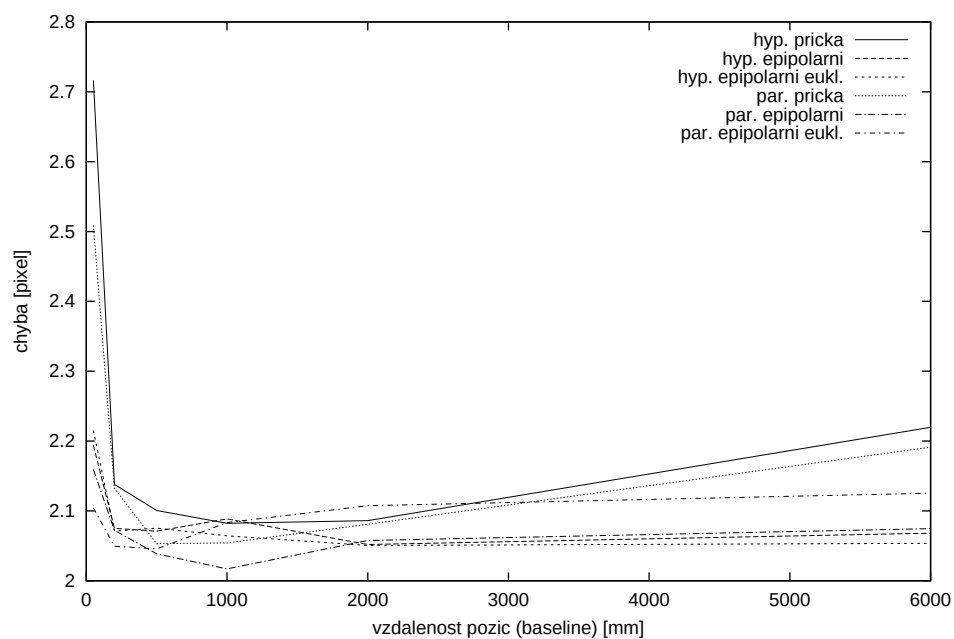
Kromě mediánu 2D i 3D chyby v grafech 7.8 je zobrazen i průmět rekonstruovaných² bodů do roviny xy a současné zobrazení řezu oblasti možné rekonstrukce (v $z = 0$) v grafech 7.9. Oblast byla vygenerována pro $l = 50$ (minimální disparita, byla zvolena takto vysoká, aby byla oblast na grafech viditelná pro většinu vzdáleností) a vzhledem k tomu, že rekonstruované body mají souřadnice z v rozmezí $\langle -200, 2800 \rangle$, ji lze brát pouze orientačně.

Nicméně je jasně patrné, že vzdálenost pozic, v nichž byly obrazy sejmuty, má na přesnost 3D rekonstrukce zásadní vliv. Také se opět potvrzuje vliv polohy rekonstruovaného bodu vzhledem ke spojnici pozic kamery. Při

²jedná se o jedno ze sta opakování triangulace, ne o průměr

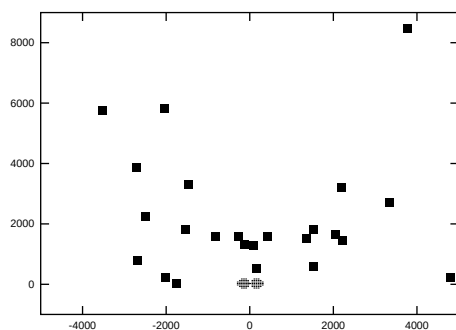


(a) logaritmus mediánu 3D chyby

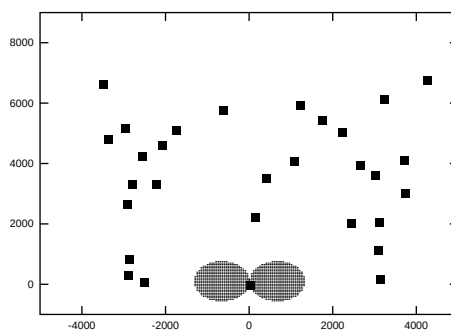


(b) medián 2D chyby

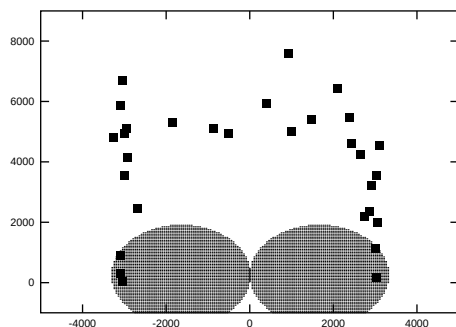
Obrázek 7.8: Medián chyby rekonstrukce okolí.



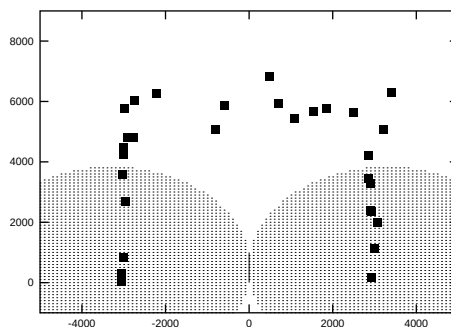
(a) 50 mm



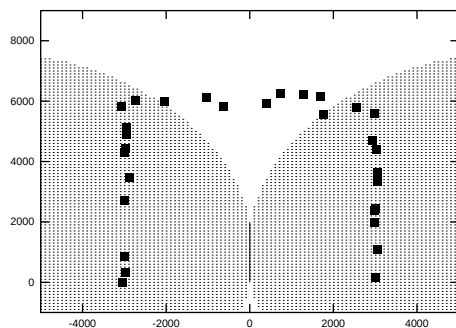
(b) 200 mm



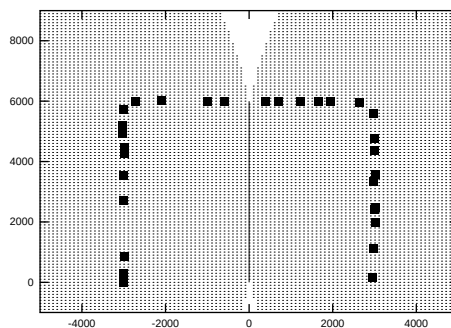
(c) 500 mm



(d) 1000 mm

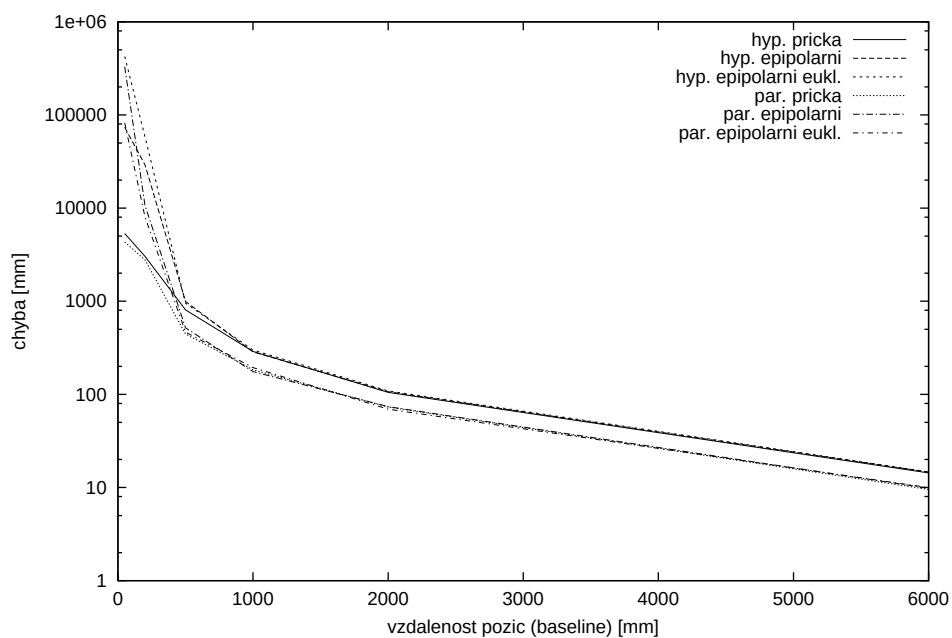


(e) 2000 mm

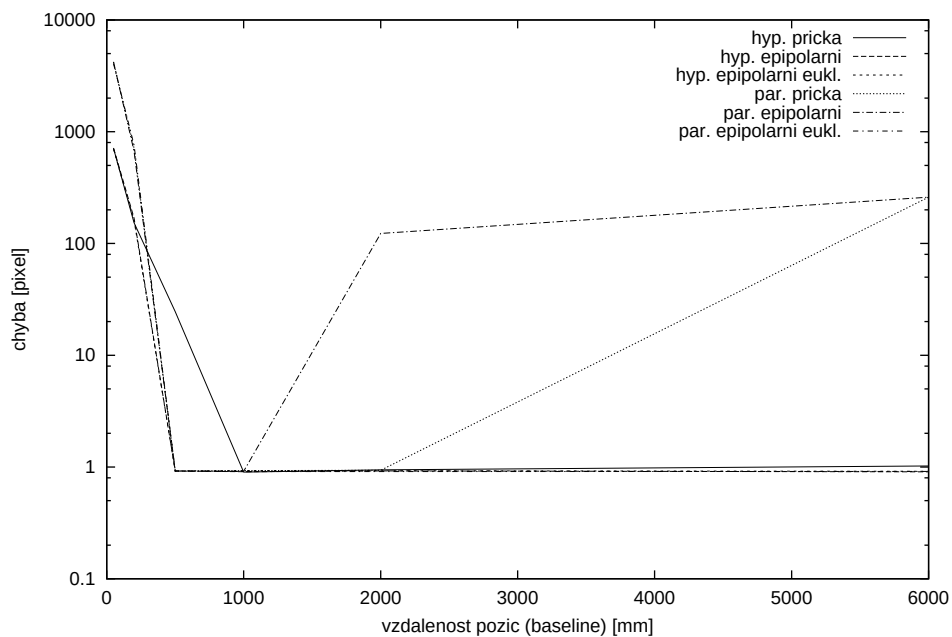


(f) 6000 mm

Obrázek 7.9: Rekonstrukce okolí pro vzrůstající vzdálenost obou kamer. Velké body jsou rekonstruované body, úsečka označuje spojnici obou kamer, tečky oblast možné rekonstrukce.



(a) logaritmus rozptylu 3D chyby



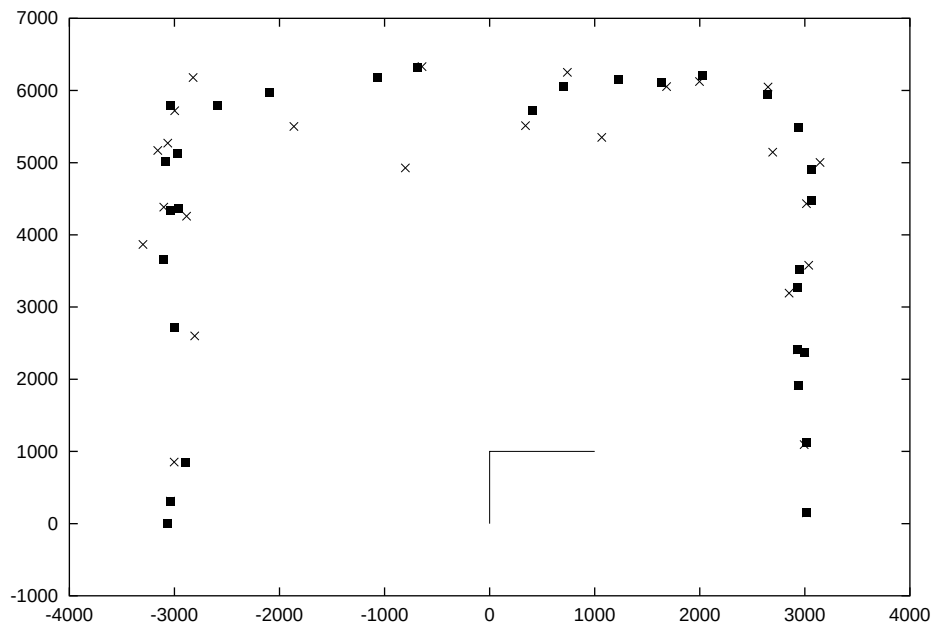
(b) logaritmus rozptylu 2D chyby

Obrázek 7.10: Rozptyl chyby rekonstrukce okolí.

pohybu kamery od dolní stěny k horní stačila na přijatelnou rekonstrukci bodů na pravé a levé stěně kratší vzdálenost než pro body na horní stěně.

Medián 3D i 2D chyby se pro jednotlivé metody výrazně neliší, metody epipolárních kružnic dosáhly nepatrně lepších výsledků než nejkratší příčka. Stabilita metod (viz graf 7.10) odpovídá předchozímu experimentu, nejkratší příčka je opět nejstabilnější.

Alternativou k sejmutí obrazů ze dvou vzdálených pozic pro získání požadované přesnosti by mohla být rekonstrukce ze tří nebo více obrazů (z pozic neležících na přímce). Po provedení triangulace na všech dvojicích bychom pro každý rekonstruovaný bod měli více kandidátů ($\hat{\mathbf{X}}_{12}$ z $\mathbf{q}_{1,2}$, $\hat{\mathbf{X}}_{13}$ z $\mathbf{q}_{1,3}$, $\hat{\mathbf{X}}_{23}$ z $\mathbf{q}_{2,3}$). Jednoduchým způsobem, jak z nich vybrat jediný $\hat{\mathbf{X}}$, je zvolit kandidáta s maximální disparitou³. Příklad výsledku tohoto postupu ukazuje graf 7.11.



Obrázek 7.11: Rekonstrukce z více obrazů. Čarou je vyznačena trasa kamery. Body vypočtené triangulací pouze z prvních dvou pozic jsou vyznačeny křížky. Body získané výběrem z více kandidátů (zde konkrétně ze tří) podle disparity jsou vyznačeny čtverci. Medián 3D chyby byl při použití třech pohledů přibližně dvoutřetinový oproti triangulaci ze dvou pohledů.

³Stále uvažujeme $R = I_3$, tedy žádnou změnu orientace kamery mezi pozicemi. Pokud by tomu tak nebylo, museli bychom použít např. úhel mezi paprsky odpovídajícími korepondencím.

7.3 Chybné sestavení kamery

Chybnému sestavení kamery jsme se věnovali už v kapitole 6.2. Následující experiment simuluje špatné nastavení vzdálenosti středu kamery C od ohniska zrcadla F . Sledujeme v něm chybu triangulace při měnící se vzdálenosti $|CF'|$ ($\pm 5\text{mm}$) a konstantní míře šumu 1 pixel.

Použijeme při něm scénu z předchozího experimentu 7.2, konkrétně obrazy sejmuté ve vzdálenosti 0 a 2000 mm od začátku dráhy kamery (velká vzdálenost obou pozic byla zvolena, aby výsledek neovlivňovala nízká disparita korespondencí).

Výsledky měření (graf 7.12) ukazují, že vliv nepřesnosti sestavení kamery na chybu 3D rekonstrukce je ve srovnání s vlivem jednopixelového šumu podstatný.

Graf 7.13 zobrazující rekonstruované body pro nepřesnost $-5,0$ a 5 mm bez obrazového šumu pak ukazuje, v jakých bodech vzniká největší chyba. Jsou to opět body ve směru pohybu kamery, tedy body s nízkou disparitou. Důvodem je to, že stejný pixelový posun⁴ způsobený nepřesným sestavením kamery má při nízké disparitě mnohem větší vliv.

Toto zjištění ještě zvyšuje motivaci pro použití více obrazů pro rekonstrukci navržené v hodnocení předchozího experimentu.

7.4 Hodnocení

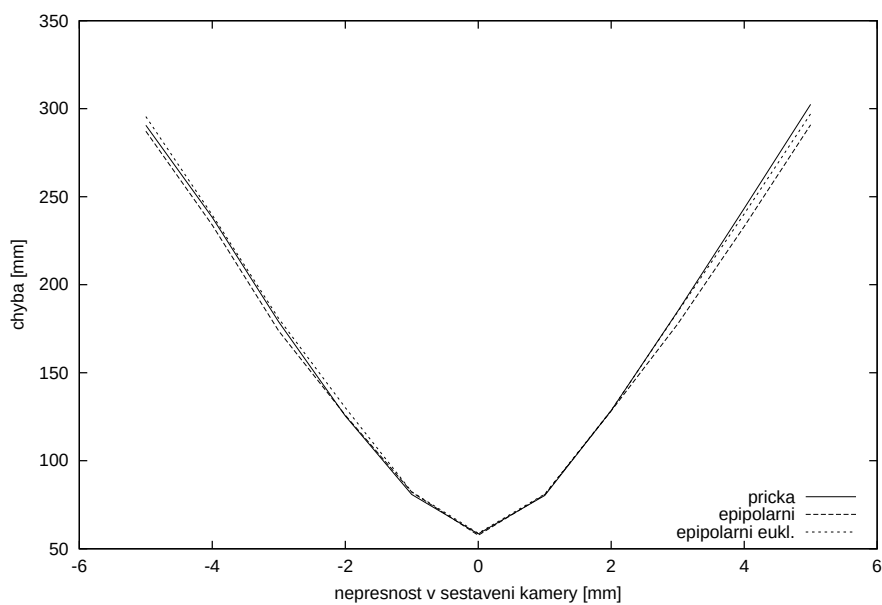
Z výsledků syntetických experimentů vyplývá, že pro úspěšnost triangulace je nejdůležitější pozice kamer a z ní vyplývající disparita korespondencí, dále následuje přesnost sestavení kamery, míra šumu v obraze a použitá metoda triangulace je až na posledním místě.

Mezi časovými nároky jednotlivých metod existují značné rozdíly. Pokud bychom čas spotřebovaný na výpočet triangulace metodou nejkratší příčky označili jako 1 jednotku, tak čas výpočtu metodou epipolárních kružnic bude 17 jednotek a čas její euklidovské varianty 88 jednotek.

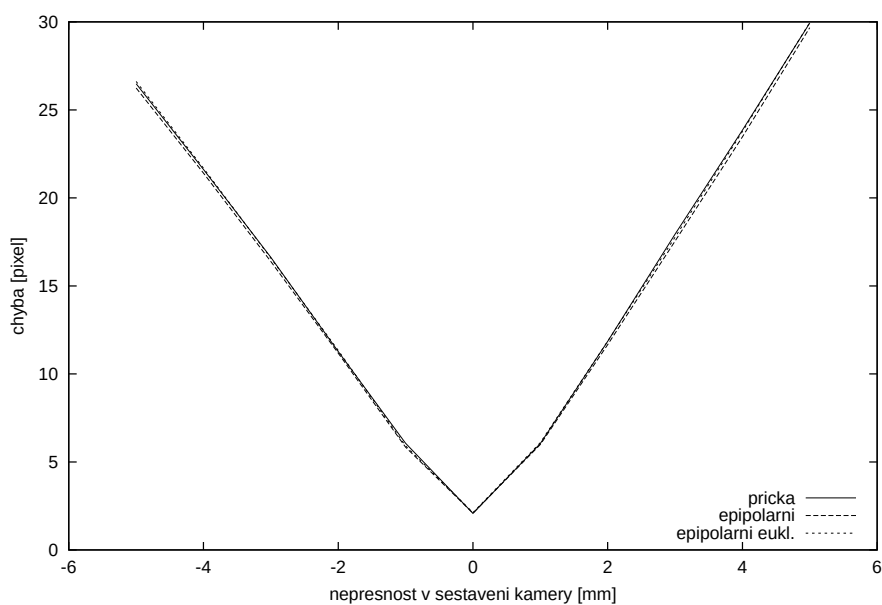
V implementaci metod epipolárních kružnic je ovšem určitě prostor pro zrychlení, zejména ve vyjádření funkce $f(t)$ (5.1, 5.26) a v postupu pro nalezení jejího minima.

Přestože nejjednodušší metoda nejkratší příčky měla v určitých případech mírně horší medián chyby než metoda epipolárních kružnic, byla nejstabilnější a nejrychlejší a ve srovnání tedy dopadla nejlépe.

⁴velikost posunu závisí na elevaci paprsku, ne na vzájemné pozici kamer

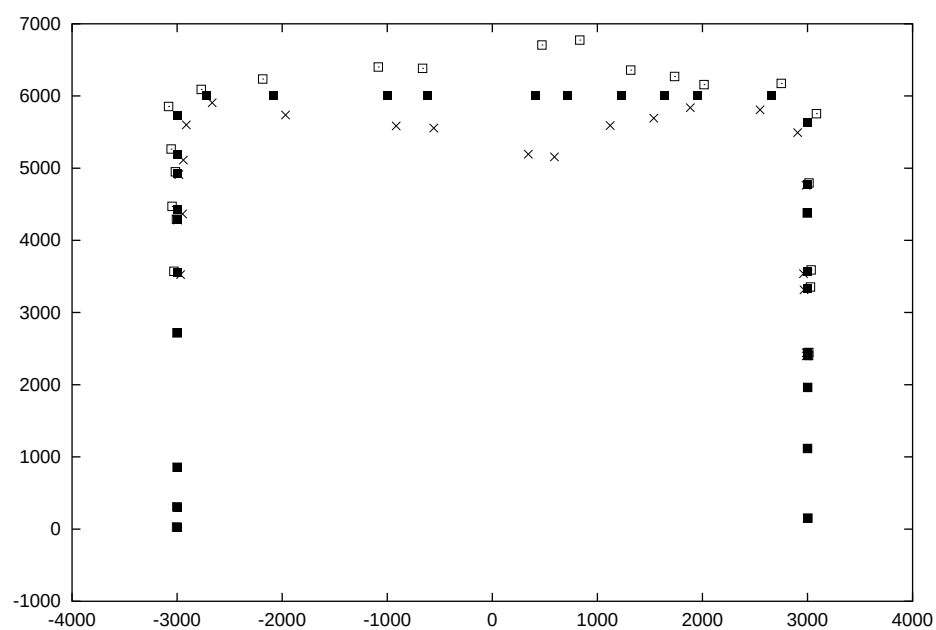


(a) medián 3D chyby



(b) medián 2D chyby

Obrázek 7.12: Chyba rekonstrukce okolí ze špatně sestavené kamery. Nepřesností se rozumí odchylka mezi předpokládanou a skutečnou vzdáleností středu kamery od ohniska zrcadla.



Obrázek 7.13: Rekonstruované body při nepřesně sestavené kameře. Plné čtverce odpovídají nulové chybě sestavení, prázdné čtverce a křížky odpovídají chybě sestavení $\pm 5\text{mm}$.

Kapitola 8

Rekonstrukce místnosti - reálný experiment

V předchozí kapitole jsme pomocí experimentů na syntetických datech měřili přesnost rekonstrukce v závislosti na různých chybách a na pozici kamer. Dalším krokem je zjistit, jaké výsledky má rekonstrukce na reálných datech. Zajímalo nás, jsme-li schopni sestavit kameru, změřit její pozici a zjistit souřadnice korespondencí dostatečně přesně, aby se rekonstruovaná scéna blížila scéně skutečné.

Experiment byl proveden na obrazech laboratoře o velikosti $6000 \times 6000 \times 3000$ mm sejmутých hyperbolickou kamerou (parametry viz tabulka 8.1).

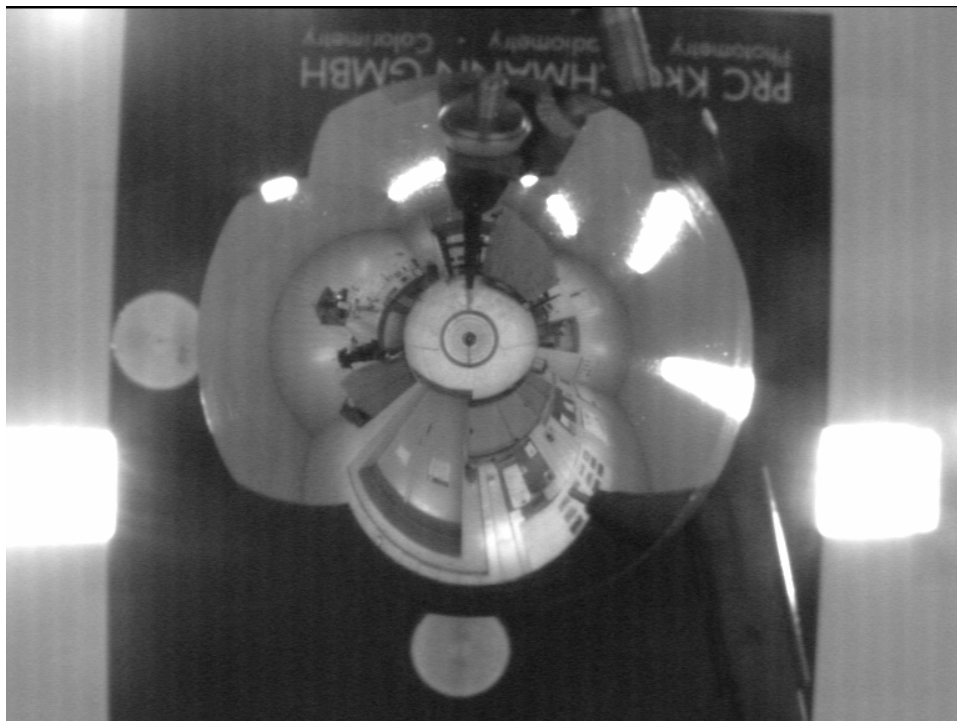
kamera	a [mm]	b [mm]	r_{rim} [mm]	rozlišení [pixel]
hyperbolická	28.19	9.40	20	768×512

$$K_h = \begin{pmatrix} 1089.6155 & 0 & 370 \\ 0 & 1106.997 & 267 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

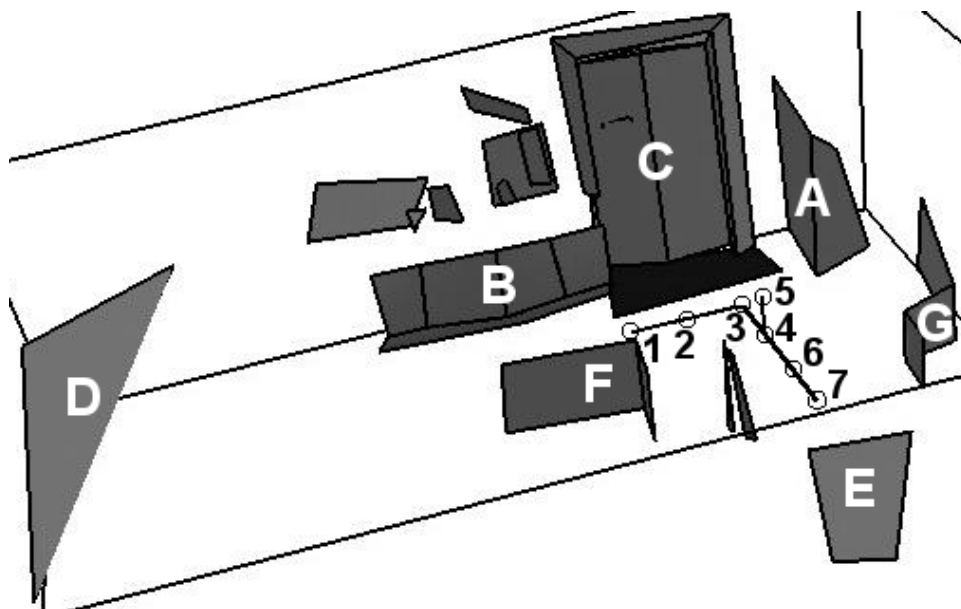
Tabulka 8.1: Parametry kamery použité při rekonstrukci.

Obrazy byly sejmuty ze sedmi různých pozic (ukázka snímku z první pozice je na obrázku 8.1), bylo vybráno několik rozpoznatelných objektů (pozice i objekty jsou vyznačeny na obrázku 8.2), korespondence byly zvoleny ručně a hledané prostorové body byly vybrány způsobem popsáným v závěru kapitoly 7.2 podle maximální disparity korespondencí.

Při tomto postupu jsem použil program Rec3D [10], který usnadňuje označení korespondencí a polygonů scény, po provedení triangulace (do něj

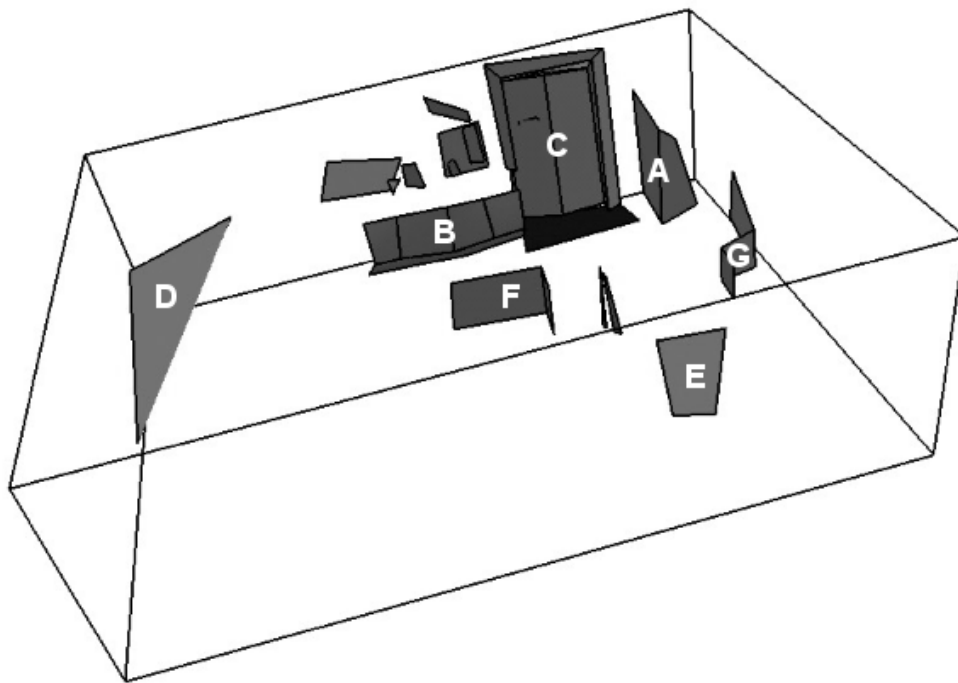


Obrázek 8.1: Obrázek kamery z první pozice.



Obrázek 8.2: Pozice kamery ve scéně (1-7), objekty (A-G).

zakomponovanou metodou nejkratší příčky) pak vytvoří VRML model scény.



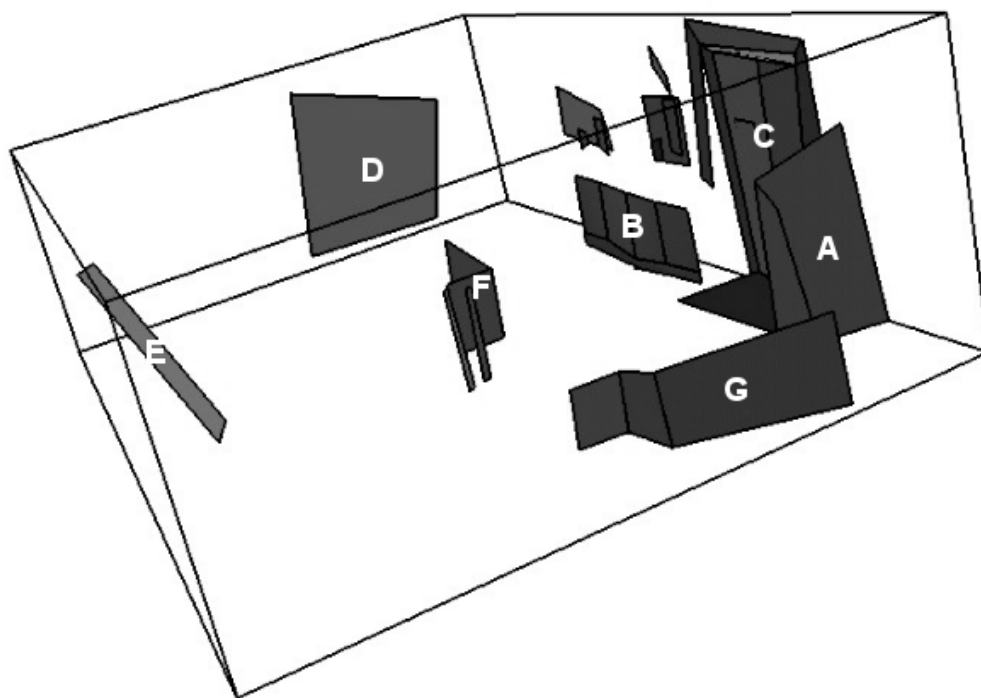
Obrázek 8.3: Rekonstruovaná scéna ze všech sedmi obrazů.

Z obrázků je zřejmé, že rekonstruovaná scéna může sloužit pouze pro orientaci. Na obrázcích 8.3 a 8.4 (při rekonstrukci bylo použito všech sedm snímků) jsou poměrně dobře patrné skříně (A,B,F,G) a dveře s rámem (C), kolem kterých kamera projela. Na druhou stranu vzdálenější dveře (D) a okno (E), které byly viditelné jen na dvou až třech sousedních obrazech, jsou zrekonstruovány s velkou chybou.

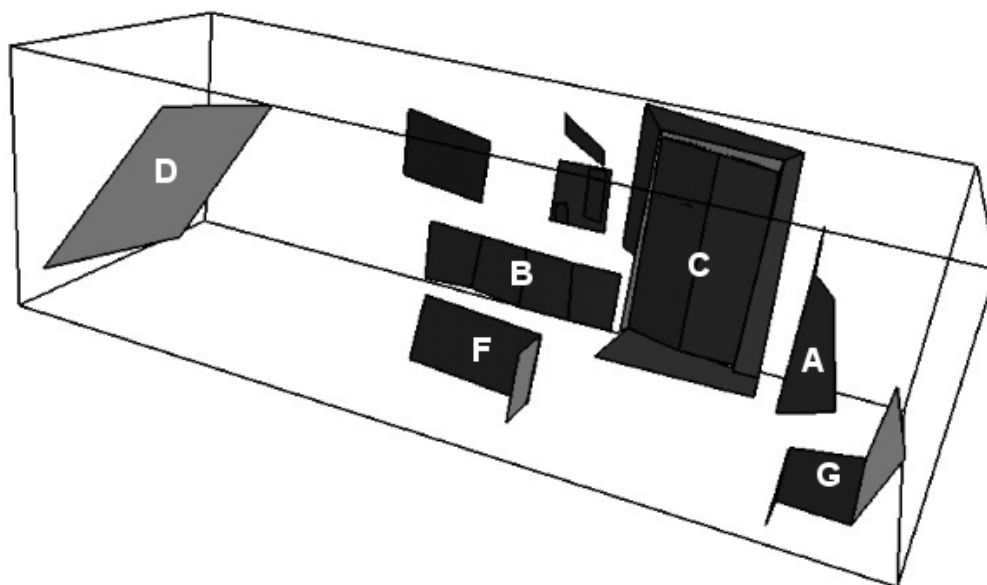
Rekonstrukce ze čtyř vhodně zvolených pozic (obrázek 8.5) měla téměř stejný výsledek jako při použití sedmi snímků. Po vynechání dalšího snímku (obrázek 8.7) už ale došlo k řádové chybě v určení souřadnic vzdálenějších dveří. Je to způsobeno tím, že jejich obraz byl pouze na dvou snímcích a dveře leží blízko spojnice pozic, z kterých byly tyto snímky pořízeny.

Poslední obrázek 8.6 ukazuje, jak vypadá scéna rekonstruovaná ze dvou sousedních obrazů.

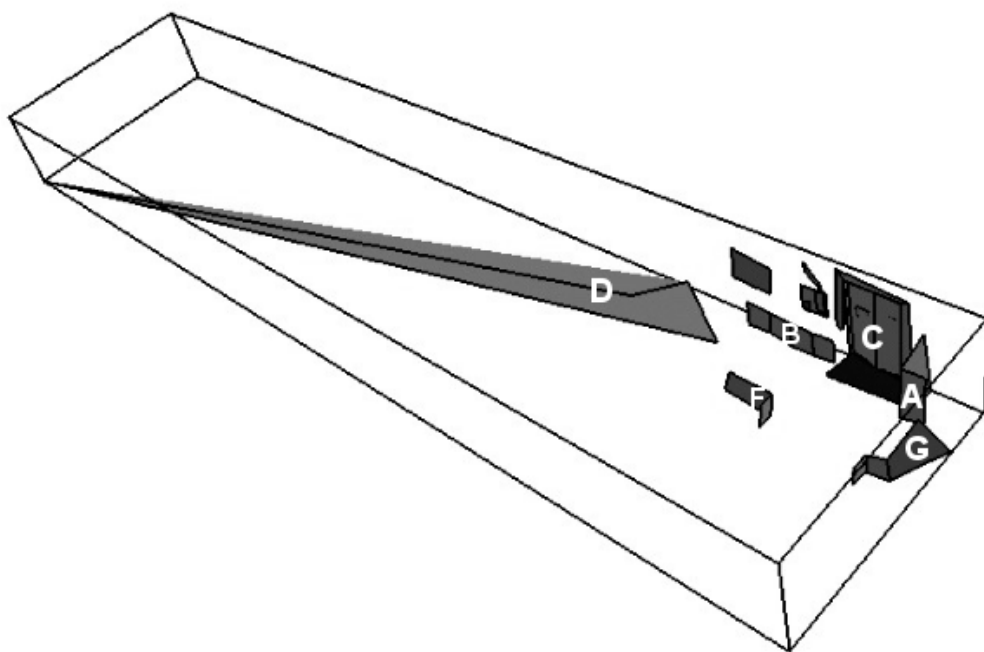
Přesné změření absolutní 3D chyby všech bodů je obtížné, protože to vyžaduje přesné změření jejich souřadnic v prostoru i souřadnic jednotlivých pozic kamery. Pro orientační stanovení 3D chyby jsem proto změřil rozdíl mezi vzdálenostmi některých bodů v reálné scéně a ve scéně rekonstruované.



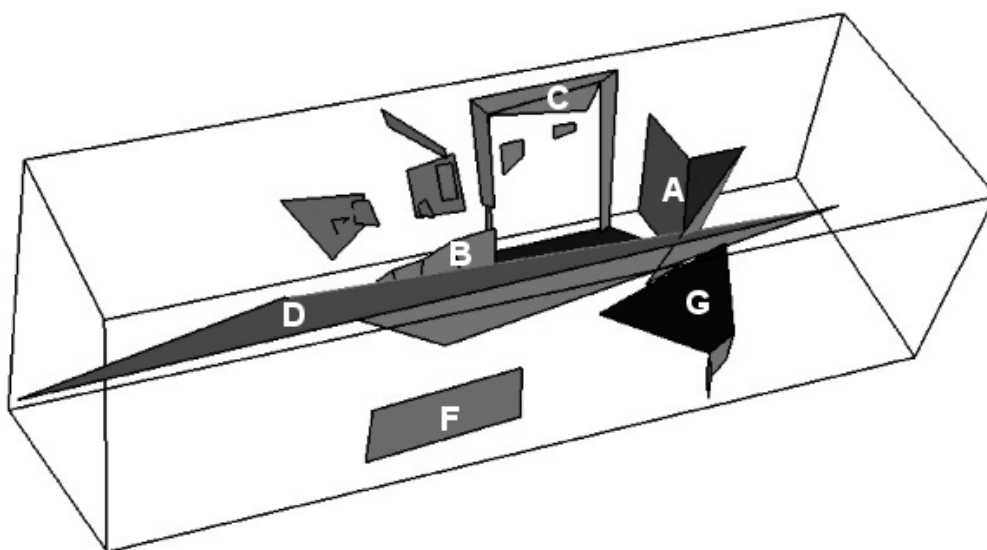
Obrázek 8.4: Rekonstruovaná scéna ze všech sedmi obrazů, jiný pohled.



Obrázek 8.5: Rekonstruovaná scéna z pozic 1, 3, 4 a 7.



Obrázek 8.6: Rekonstruovaná scéna z pozic 1, 3 a 7.



Obrázek 8.7: Rekonstruovaná scéna z pozic 1 a 2.

Výhoda tohoto postupu je zřejmá - změřit např. rozměry skříně (a tím vzdálenost jejích rohů) je mnohem snazší než určovat souřadnice těchto rohů v prostoru. Výsledky obsahuje tabulka 8.2.

Takto naměřenou chybu nelze porovnávat s mediánem 3D chyby měřeným při experimentech na syntetických datech v kapitole 7. Proto jsem částečně¹ simuloval na syntetických datech rekonstrukci místnosti prováděnou v této kapitole. Výsledná střední hodnota chyby je v grafu 8.8.

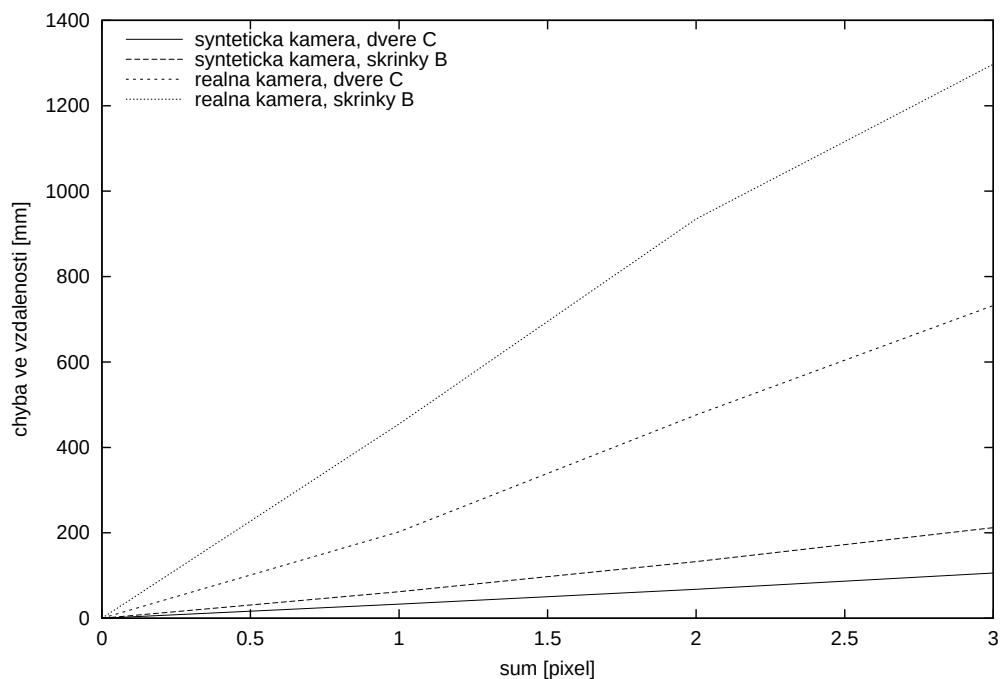
Z porovnání tohoto grafu s hodnotami v tabulce 8.2 vyplývá, že korepondence byly určeny poměrně přesně, naměřená chyba ve vzdálenostech odpovídá chybě v obraze pod 1 pixel.

Dále je z grafu patrný výrazný rozdíl mezi kamerou simulovanou v kapitole 7 a kamerou použitou v tomto experimentu. Menší rozlišení (768×512 oproti 1024×1024) znamená, že průměr obrazu zrcadla v pixelech je poloviční. Vysoký poměr a/b ($28.19/9.40$ oproti $28.10/23.41$) pak znamená sice větší zorné pole, ale menší prostorové rozlišení.

¹použil jsem pouze dva objekty (B,C) a dvě pozice (1,3)

objekt	střední hodnota chyby v délce [mm]	průměrná délka [mm]	relativní chyba
skříň A	151.93	1250	0.122
skříňky B	202.70	1550	0.131
dveře C	37.13	1950	0.019

Tabulka 8.2: Střední hodnota chyby a relativní chyba (poměr chyby k délce) v délkách hran u vybraných objektů při rekonstrukci ze sedmi snímků. Dveře, po jejichž délce kamera projela, mají nejnižší chybu.



Obrázek 8.8: Střední hodnota chyby v délkách hran při rekonstrukci syntetické scény simulující reálnou scénu. Tzv. syntetická kamera odpovídá hyperbolické kameře používané v experimentech na syntetických datech (tabulka 6.1), tzv. reálná kamera odpovídá kameře z této kapitoly (tabulka 8.1)

Kapitola 9

Závěr

9.1 Přínos práce

Navrhli jsme a implementovali v jazycích Octave a Matlab dvě metody triangulace pro centrální panoramatickou katadioptrickou kameru. Jednoduchá metoda nejkratší příčky se ukázala v experimentech jako spolehlivější než metoda epipolárních kružnic i její euklidovská varianta.

Zkoumali jsme, jak se tyto metody chovají na syntetických i reálných datech, a našli jsme klíčové faktory ovlivňující přesnost rekonstrukce. Zjistili jsme teoretické možnosti rekonstrukce nezávisle na použité metodě triangulace. Na základě těchto zjištění jsme navrhli postup triangulace ze tří a více obrazů.

Jako nejdůležitější se pro rekonstrukci ukázaly následující faktory: volba kamery (s ohledem na její prostorové rozlišení), volba pozic, z nichž budou pořízeny snímky, a správné sestavení a kalibrace kamery.

9.2 Možnosti dalšího výzkumu

- Jak bylo uvedeno v závěru kapitoly 7, je v implementaci metody epipolárních kružnic prostor pro zlepšení, kterým bychom mohli dosáhnout nižší časové náročnosti a vyšší stability. Zároveň je ale nutné dodat, že ve srovnání s faktory uvedenými v předchozím odstavci má použitá metoda na přesnost rekonstrukce jen malý vliv.
- Provedený experiment na reálných datech v kapitole 8 dává představu, jak by se rekonstrukce chovala při použití vhodnější kamery s vyšším prostorovým rozlišením - bylo by vhodné tuto představu ověřit experimentem.

- Navržená metoda triangulace z více obrazů na základě disparity korespondencí (kapitola 7.2) je použitelná, jen pokud se nemění orientace kamery. Bylo by možné tuto metodu zobecnit pro libovolnou orientaci a dále případně vyzkoušet jiný způsob výběru z kandidátů (např. vážený průměr).
- Tato práce je zaměřena pouze na jednu část rekonstrukce scény - triangulaci - a nezabývá se nalezením korespondencí, které bylo v experimentu provedeno ručně. Metoda pro automatický výběr korespondencí by rekonstrukci značně usnadnila. Tímto tématem se zabývá práce [8].

Dodatek A

Experimenty - naměřené hodnoty

vzdálenost	hyperbolická kamera			parabolická kamera		
	příčka	epip.	eukl.	příčka	epip.	eukl.
medián 3D chyby						
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.3	17.4	17.6	18.3	12.1	12.0	12.0
0.6	35.8	34.7	34.4	23.6	22.8	24.2
0.9	55.6	52.3	54.7	34.7	35.1	36.4
1.2	70.8	72.1	69.2	47.6	47.4	48.0
1.5	88.4	88.2	87.7	60.8	61.2	61.0
1.8	106.7	106.4	108.2	71.8	73.0	72.2
2.1	124.8	120.9	121.0	82.7	84.4	83.3
2.4	141.0	141.5	140.1	92.7	98.4	94.2
2.7	158.5	157.7	160.4	112.0	108.9	107.6
3.0	172.4	171.3	171.0	124.5	116.9	121.1
rozptyl 3D chyby						
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.3	26.2	25.1	26.1	17.0	17.0	17.9
0.6	59.2	59.6	70.8	35.7	40.8	34.9
0.9	89.1	129.2	111.0	54.9	53.7	60.0
1.2	111.0	509.3	189.7	126.2	84.8	185.8
1.5	354.8	796.8	960.5	179.2	143.9	310.3
1.8	276.3	551.4	667.8	136.8	779.7	202.8
2.1	288.6	1920.7	749.8	164.7	638.1	2030.6
2.4	805.6	16624.2	83210.4	193.2	722.9	1150.4
2.7	303.6	1282.1	16215.0	223.1	623.0	5068.4
3.0	381.0	2547.7	2211.6	226.0	527.3	1249.5

Tabulka A.1: Hodnoty 3D chyby ze syntetického experimentu rekonstrukce objektu ve směru pohybu (kapitola 7.1). Všechny údaje jsou v mm.

	hyperbolická kamera			parabolická kamera		
vzdálenost	příčka	epip.	eukl.	příčka	epip.	eukl.
medián 2D chyby						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.30	0.74	0.61	0.72	0.74	0.60	0.73
0.60	1.48	1.21	1.46	1.47	1.21	1.46
0.90	2.23	1.79	2.24	2.26	1.80	2.20
1.20	3.05	2.42	2.94	2.98	2.42	2.96
1.50	3.73	3.04	3.56	3.77	3.09	3.72
1.80	4.50	3.68	4.42	4.48	3.67	4.39
2.10	5.41	4.30	5.13	5.26	4.30	5.14
2.40	6.22	4.96	5.83	5.95	4.93	5.81
2.70	6.97	5.57	6.63	6.83	5.43	6.49
3.00	8.00	6.25	7.22	7.66	6.05	7.33
rozptyl 2D chyby						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.30	0.36	0.27	0.36	0.36	0.28	0.36
0.60	0.73	0.55	0.71	0.72	0.53	0.69
0.90	25.94	21.09	12.23	1.10	0.81	1.09
1.20	39.95	47.02	40.24	240.80	1.10	18.43
1.50	74.23	58.06	67.32	243.27	18.33	40.91
1.80	88.78	68.38	81.88	345.89	65.95	70.78
2.10	114.88	92.63	97.14	401.24	63.38	158.65
2.40	137.73	117.90	109.49	383.00	94.81	161.80
2.70	141.14	119.01	125.23	512.98	216.62	231.41
3.00	176.33	145.96	160.36	652.35	178.11	415.04

Tabulka A.2: Hodnoty 2D chyby ze syntetického experimentu rekonstrukce objektu ve směru pohybu (kapitola 7.1). Všechny údaje jsou v pixelech kromě vzdálenosti, která je v mm.

	hyperbolická kamera			parabolická kamera		
vzdálenost	příčka	epip.	eukl.	příčka	epip.	eukl.
medián 3D chyby						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.30	1.35	1.37	1.37	0.92	0.91	0.91
0.60	2.69	2.68	2.75	1.83	1.85	1.82
0.90	4.15	4.15	4.19	2.72	2.80	2.73
1.20	5.39	5.48	5.36	3.68	3.66	3.65
1.50	6.75	6.84	6.88	4.52	4.51	4.55
1.80	8.08	8.20	8.17	5.37	5.43	5.47
2.10	9.49	9.62	9.70	6.40	6.27	6.33
2.40	11.19	11.08	10.86	7.24	7.30	7.42
2.70	12.41	12.40	12.31	8.16	8.26	8.05
3.00	13.63	13.76	13.73	9.11	9.02	9.16
rozptyl 3D chyby						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.30	0.69	0.69	0.70	0.47	0.46	0.46
0.60	1.40	1.34	1.34	0.92	0.93	0.91
0.90	2.07	2.12	2.09	1.35	1.34	1.38
1.20	2.80	2.81	2.74	1.93	1.86	1.87
1.50	3.49	3.50	3.56	2.28	2.34	2.27
1.80	4.14	4.23	4.14	2.78	2.76	2.74
2.10	4.78	4.83	4.81	3.27	3.27	3.26
2.40	5.41	5.61	5.56	3.61	3.67	3.64
2.70	6.29	6.09	6.11	4.27	4.04	4.13
3.00	6.88	7.06	7.02	4.67	4.66	4.55

Tabulka A.3: Hodnoty 3D chyby ze syntetického experimentu rekonstrukce objektu vedle směru pohybu (kapitola 7.1). Všechny údaje jsou v mm.

	hyperbolická kamera			parabolická kamera		
vzdálenost	příčka	epip.	eukl.	příčka	epip.	eukl.
medián 2D chyby						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.30	0.61	0.63	0.62	0.63	0.62	0.64
0.60	1.24	1.23	1.24	1.25	1.26	1.24
0.90	1.88	1.88	1.89	1.88	1.90	1.88
1.20	2.45	2.52	2.45	2.50	2.48	2.49
1.50	3.09	3.14	3.14	3.08	3.09	3.11
1.80	3.69	3.74	3.70	3.71	3.76	3.71
2.10	4.35	4.39	4.46	4.37	4.33	4.32
2.40	5.06	4.97	4.97	4.94	4.98	5.01
2.70	5.65	5.58	5.61	5.59	5.67	5.54
3.00	6.10	6.32	6.35	6.15	6.17	6.23
rozptyl 2D chyby						
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.30	0.28	0.27	0.27	0.28	0.27	0.28
0.60	0.55	0.54	0.53	0.56	0.55	0.55
0.90	0.83	0.84	0.81	0.82	0.82	0.83
1.20	1.11	1.12	1.11	1.14	1.13	1.09
1.50	1.37	1.40	1.42	1.37	1.38	1.37
1.80	1.68	1.67	1.69	1.65	1.67	1.65
2.10	1.89	1.92	1.92	1.92	1.94	1.99
2.40	2.17	2.23	2.23	2.16	2.18	2.17
2.70	2.50	2.44	2.50	2.50	2.43	2.49
3.00	2.75	2.76	2.82	2.76	2.78	2.78

Tabulka A.4: Hodnoty 2D chyby ze syntetického experimentu rekonstrukce objektu vedle směru pohybu (kapitola 7.1). Všechny údaje jsou v pixelech kromě vzdálenosti, která je v mm.

	hyperbolická kamera			parabolická kamera		
vzdálenost	příčka	epip.	eukl.	příčka	epip.	eukl.
medián 3D chyby						
50.0	3276.9	2853.1	2699.2	2279.4	2026.0	1938.6
200.0	769.0	746.6	716.5	502.2	508.5	508.7
500.0	275.9	273.1	278.4	193.2	178.5	180.5
1000.0	133.8	129.6	130.7	83.6	88.0	88.5
2000.0	57.2	57.1	57.2	38.9	37.8	39.0
6000.0	25.8	24.2	24.5	16.6	16.1	16.6
rozptyl 3D chyby						
50.0	5350.4	73703.1	424167.9	4331.5	329902.9	82205.4
200.0	3030.3	29186.9	58507.4	2779.1	10696.1	8048.8
500.0	809.1	994.8	952.6	444.8	518.0	465.8
1000.0	288.9	285.8	299.9	184.0	175.7	193.9
2000.0	104.9	107.0	108.9	73.1	73.7	69.4
6000.0	14.3	14.7	14.7	9.5	9.8	10.0
medián 2D chyby						
50.0	2.7	2.2	2.2	2.5	2.2	2.1
200.0	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.0
500.0	2.1	2.1	2.1	2.1	2.0	2.0
1000.0	2.1	2.1	2.1	2.1	2.0	2.1
2000.0	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1
6000.0	2.2	2.1	2.1	2.2	2.1	2.1
rozptyl 2D chyby						
50.0	710.1	715.2	697.8	4202.6	4220.6	4059.6
200.0	153.4	168.9	161.0	713.3	668.7	760.2
500.0	24.6	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
1000.0	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
2000.0	0.9	0.9	0.9	0.9	123.0	0.9
6000.0	1.0	0.9	0.9	259.5	259.5	0.9

Tabulka A.5: Hodnoty chyby ze syntetického experimentu rekonstrukce okolí (kapitola 7.2). Všechny údaje jsou v mm kromě 2D chyby, která je v pixelech.

	3D chyba			2D chyba		
chyba	příčka	epip.	eukl.	příčka	epip.	eukl.
medián						
-5.0	290.6	287.2	295.5	26.5	26.2	26.6
-4.0	238.3	233.9	239.6	21.6	21.4	21.7
-3.0	178.8	173.7	180.7	16.6	16.4	16.6
-2.0	125.5	125.9	130.2	11.3	11.2	11.3
-1.0	80.9	82.2	82.3	6.1	5.8	5.9
0.0	58.4	57.6	58.8	2.1	2.1	2.1
1.0	80.3	80.8	81.1	6.1	6.0	6.1
2.0	128.5	128.3	128.6	11.8	11.7	11.9
3.0	185.0	177.7	184.6	17.9	17.5	17.8
4.0	243.4	233.1	240.3	23.9	23.5	23.8
5.0	302.4	290.8	297.1	29.9	29.7	30.0
rozptyl						
-5.0	239.7	269.7	257.5	3.8	3.4	3.8
-4.0	208.0	216.5	224.0	3.2	2.9	3.2
-3.0	169.5	184.0	184.3	2.6	2.3	2.6
-2.0	139.4	147.2	142.0	2.0	1.9	2.0
-1.0	116.2	118.5	116.1	1.5	1.5	1.5
0.0	104.5	105.2	111.6	0.9	0.9	0.9
1.0	109.1	110.7	109.0	1.6	1.5	1.5
2.0	130.5	123.7	128.0	2.1	1.9	2.1
3.0	161.7	148.3	149.5	2.7	2.4	2.6
4.0	187.7	178.6	174.1	3.4	3.0	3.4
5.0	224.7	206.0	200.6	4.2	3.7	4.0

Tabulka A.6: Hodnoty chyby ze syntetického experimentu rekonstrukce okolí při špatném sestavení kamery (kapitola 7.3). Chyba sestavení a 3D chyba jsou v mm, 2D chyba v pixelech.

Literatura

- [1] Benosman, Ryan and Kang, Sing Bing. *Panoramic Vision: Sensors Theory and Applications*. Springer, Berlin, Germany, 2001.
- [2] R. Hartley and A. Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- [3] Peng Chang and Martin Hebert. *Omni-directional Structure from Motion*. IEEE Workshop on Omnidirectional Vision, pages 127-133, 2000.
- [4] Richard Hartley and Peter Sturm. *Triangulation*. Computer Vision and Image Understanding, Vol. 68, No. 2, pages 146-157, 1997.
- [5] Tomáš Pajdla, Tomáš Svoboda and Václav Hlaváč. *Epipolar Geometry of Central Panoramic Cameras*. In *Panoramic Vision: Sensors Theory and Applications*, Springer, pages 85-114, 2001.
- [6] Tomáš Svoboda. *Central Panoramic Cameras Design, Geometry, Egomotion*. Phd Thesis, FEL ČVUT, Praha, Czech Republic, 2000.
- [7] Tomáš Svoboda. *Unbiased Estimator for Egomotion*. Draft, 1999.
- [8] Tomáš Svoboda and Tomáš Pajdla. *Matching in Catadioptric Images with Appropriate Windows and Outliers Removal*. Proc. of the 9th International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, 2001.
- [9] Martin Urban, Tomáš Svoboda and Tomáš Pajdla. *Transformation of Panoramic Images: from Hyperbolic Mirror with Central Projection to Parabolic Mirror with Orthogonal Projection*. CTU-CMP-2000-9, FEL ČVUT, Praha, Czech Republic, 2000.
- [10] Tomáš Werner, Tomáš Pajdla and Martin Urban. *Rec3D: Toolbox for 3D Reconstruction from Uncalibrated 2D Views*. CTU-CMP-1999-4, FEL ČVUT, Praha, Czech Republic, 1999.

-
- [11] Zhengyou Zhang. *Parameter Estimation Techniques: A Tutorial with Application to Conic Fitting*. Image and Vision Computing Journal, Vol. 15, No. 1, pages 59-76, 1997.