

Cvičení 2. Náhodné veličiny X, Y splňují nerovnost distribučních funkcí: $F_X \leq F_Y$. Posuďte, zda z toho vyplývá (nějaká) nerovnost

a) kvantilových funkcí,

b) náhodných veličin X, Y .

Změní se něco, pokud budou X, Y nezávislé? Svě odpovědi zdůvodněte (v případě záporné odpovědi nejlépe protipříkladem).

Řešení. a) $q_X \geq q_Y$ (z definice, nebo proto, že se jedná „v podstatě“ o inverzní funkce, výjimky se snadno ověří).

b) Obecně nelze říci nic. Např. jsou-li X, Y nezávislé se stejným alternativním rozdělením (třeba hody mincí), je $F_X = F_Y$, ale samozřejmě může vyjít $X(\omega_1) < Y(\omega_1)$, $X(\omega_2) > Y(\omega_2)$ pro nějaké elementární jevy ω_1, ω_2 . Pro nezávislé náhodné veličiny takové, že $\min X < \max Y$ a $\min Y < \max X$ lze taková ω_1, ω_2 vždy najít. Je-li $\max Y \leq \min X$, pak je $Y \leq X$ skoro jistě (tj. s pravděpodobností 1), bez ohledu na závislost.