

# Odvození transformační funkce pro ekvalizaci histogramu

Tomáš Svoboda

3. prosince 1999

Výklad je převzat a upraven z knihy [1]. Nechť  $r$  reprezentuje jasové hodnoty obrazu, který chceme vylpšit. Buď  $r$  v intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ . Zajímáme se o transformaci ve tvaru

$$s = T(r), \quad (1)$$

která přiřadí nějakou jasovou hodnotu  $s$  každé jasové úrovni  $r$  v původním obraze.

Předpokládané vlastnosti transformace:

1.  $T(r)$  monotonně rostoucí v intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ .
2.  $0 \leq T(r) \leq 1$  pro  $0 \leq r \leq 1$ .

Pro jednodušší odvození předpokládejme spojitě funkce. Histogram jasových hodnot se ve spojitěm případě stane funkcí hustoty náhodného rozdělení jasových hodnot. Pak ze základní teorie pravděpodobnosti platí

$$p_s(s) = \left[ p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)}. \quad (2)$$

Uvažujme transformační funkci

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw \quad 0 \leq r \leq 1, \quad (3)$$

kde  $w$  je pomocná integrační proměnná. Integrál vpravo není nic jiného než kumulativní distribuční funkce, jenž splňuje podmínky 1 a 2 na transformační funkci kladené. Derivujme rovnici (3) podle  $r$

$$\frac{ds}{dr} = p_r(r). \quad (4)$$

Dosaďme  $dr/ds$  do (2) pak

$$\begin{aligned} p_s(s) &= \left[ p_r(r) \frac{1}{p_r(r)} \right]_{r=T^{-1}(s)} \\ &= 1 \quad 0 \leq s \leq 1 \end{aligned} \quad (5)$$

což je rovnoměrné rozdělení

## Reference

- [1] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods. *Digital Image Processing*. Addison-Wesley, 1992.